Документ подписан квалифицированной электронной подписью
Сертификат
Владелец: "АНО ВО ""РОССИЙСКИЙ НОВЫЙ УНИВЕРСИТЕТ"""
Действителен: с 28.05.2026 по 28.08.2027

АВТОНОМНАЯ НЕКОММЕРЧЕСКАЯ ОРГАНИЗАЦИЯ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ «РОССИЙСКИЙ НОВЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

КАМЕНСКИЙ ФИЛИАЛ
АНО ВО «РОССИЙСКИЙ НОВЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

Кафедра экономики и менеджмента

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

«Математический анализ»

Код и направление подготовки: 38.03.01 Экономика
Направленность (профиль): Финансы и кредит

Автор (составитель): ст. преподаватель  О.В. Караман

Рабочая программа рассмотрена и утверждена на заседании
кафедры экономики и менеджмента
«14» января 2026 года, протокол №6

Зам. директора по УМР
Черкасова Н.Н. 

Каменск-Шахтинский
2026

1. НАИМЕНОВАНИЕ И ЦЕЛЬ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

Учебная дисциплина «Математический анализ» изучается обучающимися, осваивающими основную профессиональную образовательную программу **«Бухгалтерский учет, анализ и аудит»** в соответствии с Федеральным государственным образовательным стандартом высшего образования по направлению подготовки **38.03.01 Экономика** (квалификация — бакалавр).

1.1. Цель освоения дисциплины

Целью освоения курса является формирование у будущих специалистов фундаментальной математической базы, развитие логического и системного мышления, а также приобретение навыков самостоятельного построения, анализа и верификации математических моделей для решения прикладных профессиональных задач в сфере экономики и финансов.

1.2. Задачи дисциплины

- Освоение студентами устойчивой системы базовых знаний в области дифференциального, интегрального исчисления и теории бесконечных рядов;
- Развитие навыков абстрактного и алгоритмического мышления при проведении критического анализа количественной информации;
- Овладение современным математическим аппаратом и приобретение практического опыта решения прикладных вычислительных и оптимизационных задач;
- Формирование умений корректно интерпретировать и содержательно объяснять полученные в ходе математического моделирования результаты.

1.3. Связь с профессиональными стандартами

Изучение учебной дисциплины направлено на подготовку обучающихся к осуществлению трудовой деятельности, определенной **Профессиональным стандартом «Бухгалтер»**, утвержденным **Приказом Министерства труда и социальной защиты РФ от 21 февраля 2019 года № 103н** (взамен утратившего силу приказа Минтруда РФ от 22.12.2014 г. № 1061н).

Математический аппарат дисциплины обеспечивает освоение необходимых знаний и умений для выполнения трудовых функций, связанных с регистрацией, группировкой, обобщением и системным анализом учетной информации, составлением финансовой отчетности, а также проведением прогнозных расчетов и финансово-экономического анализа деятельности коммерческих и государственных организаций.

2. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ПРОГРАММЫ

Учебная дисциплина «Математическая логика и линейная алгебра» относится к обязательной части Блока 1 «Дисциплины (модули)» учебного плана и изучается на 1 курсе.

2.1. Требования к предварительной подготовке обучающегося

- **Предшествующие дисциплины (модули):** освоение курса опирается на знания, умения и навыки, полученные обучающимися в рамках школьного курса математики.
- **Сопутствующие дисциплины (модули):** параллельно с дисциплиной «Математическая логика и линейная алгебра» изучаются курсы «Математический анализ» и «Информатика».

2.2. Дисциплины (модули) и практики, для которых освоение данной дисциплины (модуля) необходимо как предшествующее

Изучение курса «Математическая логика и линейная алгебра» является фундаментальной базой для освоения последующих математических, ИТ- и профессиональных профильных дисциплин:

- «Теория вероятностей и математическая статистика»;
- «Информационные системы в экономике»;
- «Корпоративные финансы»;
- «Бухгалтерский учет операций с применением цифровых технологий».

Развитие у обучающихся системного мышления, навыков поиска и критического анализа информации, командной работы, межличностной коммуникации, принятия обоснованных решений и лидерских качеств (в рамках универсальной компетенции УК-1) обеспечивается чтением лекций и проведением семинарских занятий в интерактивной форме, решением сквозных прикладных задач и кейс-стади. Содержание учебного материала разработано на основе результатов актуальных научных исследований,

проводимых Университетом, в том числе с учетом региональных особенностей профессиональной деятельности выпускников и стратегических потребностей индустриальных работодателей.

3. ПЛАНИРУЕМЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ОБУЧЕНИЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ, СООТНЕСЕННЫЕ С ПЛАНИРУЕМЫМИ РЕЗУЛЬТАТАМИ ОСВОЕНИЯ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ПРОГРАММЫ

В результате освоения дисциплины «Математический анализ» обучающийся по программе бакалавриата должен овладеть следующими планируемыми результатами обучения:

Формируемая компетенция	Этап освоения (индикатор)	Планируемые результаты обучения по дисциплине	Код результата обучения
УК-1. Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач	**Знать**	основные методы интегрирования функций	**УК-1-З1**
		базовые понятия теории математического анализа функций	**УК-1-З2**
		основные признаки сходимости числовых рядов	**УК-1-З3**
		методы решения задач дифференциального и интегрального исчисления	**УК-1-З4**
	Уметь	решать задачи по теории пределов последовательностей и функций	**УК-1-У1**
		логически корректно применять математические методы при решении задач	**УК-1-У2**
		верифицировать результаты решения конкретных задач	**УК-1-У3**
		строить математические модели профессиональных задач и интерпретировать полученные результаты	**УК-1-У4**
	Владеть	основными методами доказательства теорем дифференциального и интегрального исчисления	**УК-1-В1**
		навыками решения типовых задач, используя методы дифференциального и интегрального исчисления	**УК-1-В2**
		навыками практического использования математического аппарата математического анализа для решения конкретных задач	**УК-1-В3**
		навыками применения методов нахождения локальных экстремумов	**УК-1-В4**

4. ОБЪЕМ ДИСЦИПЛИНЫ В ЗАЧЕТНЫХ ЕДИНИЦАХ С УКАЗАНИЕМ КОЛИЧЕСТВА АКАДЕМИЧЕСКИХ ЧАСОВ, ВЫДЕЛЕННЫХ НА КОНТАКТНУЮ РАБОТУ ОБУЧАЮЩИХСЯ С ПРЕПОДАВАТЕЛЕМ (ПО ВИДАМ УЧЕБНЫХ ЗАНЯТИЙ) И НА САМОСТОЯТЕЛЬНУЮ РАБОТУ ОБУЧАЮЩИХСЯ

№ п/п	Форма обучения	Семестр/ Сессия Курс	Общая трудоемкость		В том числе контактная работа с преподавателем							СР	Контроль
			В з.е.	В часах	Всего	Л	Пр	КоР	К	З	Э		
1.	Очная	1 курс 2 семестр	4	144	144	32	36	1,6	2	0	0,4	38,4	33,6

Распределение учебного времени по темам и видам учебных занятий

очная форма обучения

№ п/п	Наименование разделов, тем учебных занятий	Всего часов	Контактная работа: Всего	Лекции (Л)	Семинары (Сем)	КоР	Конс.	Экз.	СР	Контроль	Формируемые результаты обучения (Коды дескрипторов)
1	Числовая последовательность. Ограниченность, монотонность. Предел числовой последовательности.	6	4	2	2	0	0	0	2	0	УК-1-З2, УК-1-У1, УК-1-В3
2	Функции: основные понятия и определения. Предел функции. Основные теоремы о пределах.	6	4	2	2	0	0	0	2	0	УК-1-З2, УК-1-У1, УК-1-В3
3	Непрерывность функции. Точки разрыва.	6	4	2	2	0	0	0	2	0	УК-1-З2, УК-1-У1, УК-1-В3
4	Производные первого порядка. Геометрический и физический смысл производной. Правила дифференцирования.	6	4	2	2	0	0	0	2	0	УК-1-З4, УК-1-У2, УК-1-В2
5	Производные сложных функций. Раскрытие неопределенностей.	6	4	2	2	0	0	0	2	0	УК-1-З4, УК-1-У2, УК-1-В2
6	Производные высших порядков. Исследование функций и построение графиков. Локальные экстремумы.	6	4	2	2	0	0	0	2	0	УК-1-З4, УК-1-У2, УК-1-В4
7	Первообразная функции и неопределенный интеграл.	9	6	4	2	0	0	0	3	0	УК-1-З1, УК-1-У2, УК-1-В1, УК-1-В2
8	Основные методы интегрирования. Интегрирование элементарных дробей.	6,4	4	2	2	0	0	0	2,4	0	УК-1-З1, УК-1-У2, УК-1-В1, УК-1-В2
9	Интегрирование рациональных дробей. Интегрирование тригонометрических функций.	7	4	2	2	0	0	0	3	0	УК-1-З1, УК-1-У2, УК-1-В1, УК-1-В2
10	Определенный интеграл и его свойства. Вычисление определенного интеграла.	7	4	2	2	0	0	0	3	0	УК-1-З1, УК-1-У2, УК-1-В1, УК-1-В2
11	Геометрические и физические приложения определенного интеграла.	7	4	2	2	0	0	0	3	0	УК-1-З4, УК-1-У3, УК-1-У4, УК-1-В3
12	Числовой ряд. Сходимость и сумма числового ряда.	7	4	2	2	0	0	0	3	0	УК-1-З3, УК-1-У2, УК-1-В2
13	Знакопеременные ряды. Абсолютная и условная сходимость. Признак Лейбница.	9	6	2	4	0	0	0	3	0	УК-1-З3, УК-1-У2, УК-1-В2
14	Функциональные ряды. Степенные ряды, область сходимости.	9	6	2	4	0	0	0	3	0	УК-1-З3, УК-1-У2, УК-1-В2

15	Ряды Тейлора и Маклорена. Разложение элементарных функций в ряды.	9	6	2	4	0	0	0	3	0	УК-1-З3, УК-1-У4, УК-1-В3
	Промежуточная аттестация (Экзамен)	**37,4**	**4**	**0**	**0**	**1,6**	**2**	**0,4**	**0**	**33,6**	Проверка всех компонентов УК-1
	ИТОГО	**144**	**68**	**32**	**36**	**1,6**	**2**	**0,4**	**38,4**	**33,6**	**УК-1 (полный спектр)**

5. СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ, СТРУКТУРИРОВАННОЕ ПО ТЕМАМ (РАЗДЕЛАМ)

Раздел 1. Введение в математический анализ и теория пределов

Тема 1. Числовая последовательность. Ограниченность, монотонность. Предел числовой последовательностиПонятие числового множества. Абсолютная величина числа и её свойства. Числовая последовательность как функция натурального аргумента. Свойства последовательностей: ограниченность (сверху, снизу), монотонность (возрастание, убывание). Предел числовой последовательности: определение на языке "e - N" (эпсилон - эн), его геометрический смысл. Единственность предела. Сходящиеся и расходящиеся последовательности. Ограниченность сходящейся последовательности. Теорема о пределе монотонной ограниченной последовательности (теорема Вейерштрасса). Число e. Алгебраические свойства пределов. Бесконечно малые и бесконечно большие последовательности, их взаимосвязь.

Тема 2. Функции: основные понятия и определения. Предел функции. Основные теоремы о пределах

Понятие функции одной вещественной переменной. Область определения и множество значений. Способы задания функций. Классификация функций: четные/нечетные, периодические, монотонные, взаимно обратные. Основные элементарные функции и их графики. Предел функции в точке: определение по Коши (на языке "e - d", эпсилон - дельта) и по Гейне (через последовательности), их эквивалентность. Односторонние пределы (слева и справа). Предел функции на бесконечности. Основные теоремы о пределах (предел суммы, произведения, частного). Предельный переход в неравенствах. Теорема о зажатой функции ("о двух милиционерах"). Замечательные пределы: первый замечательный предел lim(x->0) (sin(x)/x) = 1 и его следствия, второй замечательный предел lim(x->inf) (1 + 1/x)^x = e. Сравнение бесконечно малых функций: эквивалентные бесконечно малые и их применение при вычислении пределов.

Тема 3. Непрерывность функции. Точки разрыва

Понятие непрерывности функции в точке: определение через приращения и через равенство предела функции её значению. Связь между односторонними пределами и непрерывностью. Непрерывность функции на промежутке (отрезке, интервале). Арифметические операции над непрерывными функциями. Непрерывность сложной и обратной функций. Непрерывность основных элементарных функций в их области определения. Классификация точек разрыва функции: точки разрыва первого рода (устранимый разрыв, скачок функции), точки разрыва второго рода. Глобальные свойства функций, непрерывных на отрезке: теоремы Вейерштрасса (об ограниченности и о достижении точных граней), теоремы Коши (о нуле функции и о промежуточных значениях).

Раздел 2. Дифференциальное исчисление функций одной переменной

Тема 4. Производные первого порядка. Геометрический и физический смысл производной. Правила дифференцирования

Задачи, приводящие к понятию производной (скорость неравномерного движения, касательная к кривой). Определение производной функции в точке через предел отношения приращения функции к приращению аргумента: f'(x) = lim(dx->0) (df/dx). Односторонние производные. Связь между дифференцируемостью и непрерывностью функции. Геометрический смысл производной (угловой коэффициент касательной k = tg(a) = f'(x0)). Физический (экономический) смысл производной как скорости изменения процесса. Уравнения касательной y - y0 = f'(x0)*(x - x0) и нормали к графику функции в заданной точке. Базовые правила дифференцирования: производная суммы, произведения,

частного, умножения на константу. Дифференцирование основных элементарных функций (таблица производных).

Тема 5. Производные сложных функций. Раскрытие неопределенностей
Дифференцирование сложной функции (цепочечное правило): y'(x) = y'(u) * u'(x). Дифференцирование обратной функции. Логарифмическое дифференцирование: производная показательно-степенной функции. Дифференцирование функций, заданных неявно и параметрически. Понятие дифференциала функции dy = f'(x)*dx, его геометрический смысл и инвариантность формы. Применение дифференциала в приближенных вычислениях. Основные теоремы о дифференцируемых функциях: теорема Ролля (о нуле производной), теорема Лагранжа (о конечном приращении), теорема Коши. Раскрытие неопределенностей различных типов (вида [0/0], [inf/inf], [0 * inf], [inf - inf], [1^inf], [0^0], [inf^0]) с помощью правила Лопиталя.

Тема 6. Производные высших порядков. Исследование функций и построение графиков. Локальные экстремумы
Производные и дифференциалы высших порядков (второго, третьего и n-го порядка). Формула Лейбница для производной произведения двух функций. Условия монотонности функции на промежутке (критерий возрастания и убывания: f'(x) > 0 или f'(x) < 0). Понятие локального экстремума (максимума, минимума) функции. Необходимое условие экстремума (теорема Ферма: f'(x) = 0 или не существует). Критические и стационарные точки. Первое достаточное условие локального экстремума (по знаку первой производной). Второе достаточное условие локального экстремума (по знаку второй производной). Нахождение наибольшего и наименьшего значений непрерывной функции на отрезке [a, b]. Выпуклость и вогнутость графика функции, точки перегиба (необходимое f''(x) = 0 и достаточные условия). Асимптоты графика функции: вертикальные, горизонтальные, наклонные y = kx + b. Общая схема системного анализа и построения графиков функций.

Раздел 3. Интегральное исчисление функций одной переменной

Тема 7. Первообразная функции и неопределенный интеграл
Понятие первообразной функции на промежутке. Теорема о множестве всех первообразных F(x) + C. Неопределенный интеграл Int f(x)dx = F(x) + C как совокупность всех первообразных, его определение и геометрическая интерпретация (семейство интегральных кривых). Свойства неопределенного интеграла (линейность, дифференцирование и интегрирование как взаимно обратные операции). Таблица основных неопределенных интегралов. Интегрирование путем подведения под знак дифференциала (метод непосредственного интегрирования).

Тема 8. Основные методы интегрирования. Интегрирование элементарных дробей
Метод замены переменной (интегрирование подстановкой) в неопределенном интеграле. Метод интегрирования по частям: вывод формулы Int u*dv* = *u*v - Int v*du, классификация типов интегралов, берущихся по частям. Понятие рациональной дроби (правильные и неправильные дроби). Разложение неправильной рациональной дроби в сумму многочлена и правильной дроби. Простейшие (элементарные) рациональные дроби четырех типов. Алгоритмы интегрирования простейших дробей первого, второго, третьего и четвертого типов. Применение метода выделения полного квадрата в квадратном трехчлене знаменателя.

Тема 9. Интегрирование рациональных дробей. Интегрирование тригонометрических функций
Интегрирование произвольных правильных рациональных дробей. Теорема о разложении правильной дроби в сумму простейших дробей. Метод неопределенных коэффициентов для нахождения числителей простейших дробей (метод подстановки частных значений, метод сравнения коэффициентов при одинаковых степенях аргумента). Интегрирование тригонометрических выражений. Универсальная тригонометрическая подстановка t = tg(x/2). Частные случаи интегрирования тригонометрических функций: использование подстановок t = sin(x), t = cos(x) и t = tg(x) при различных свойствах четности степеней. Использование формул понижения степени.

Тема 10. Определенный интеграл и его свойства. Вычисление определенного интеграла
Задачи, приводящие к определенному интегралу (площадь криволинейной трапеции, путь при неравномерном движении). Понятие разбиения отрезка, разметка разбиения, интегральная сумма Римана. Определенный интеграл Int(a..b) f(x)dx как предел интегральных сумм при стремлении

мелкости разбиения к нулю. Условие интегрируемости функции (теорема существования определенного интеграла для непрерывных функций). Свойства определенного интеграла: линейность, аддитивность по промежутку интегрирования, инвариантность знака, теорема о среднем значении. Функция с переменным верхним пределом интегрирования, её непрерывность и дифференцируемость. Производная интеграла по верхнему пределу. Фундаментальная формула математического анализа — формула Ньютона-Лейбница: Int(a..b) f(x)dx = F(b) - F(a). Метод замены переменной и метод интегрирования по частям в определенном интеграле.

Тема 11. Геометрические и физические приложения определенного интеграла

Вычисление площадей плоских фигур в декартовых координатах (ограниченных функциями вида y = f(x) или x = g(y)). Нахождение площади фигуры, заданной параметрическими уравнениями или в полярной системе координат. Вычисление длины дуги гладкой кривой (в декартовых, параметрических и полярных координатах). Вычисление объемов тел вращения (метод поперечных сечений, вращение вокруг координатных осей V = pi * Int(a..b) y^2 dx). Вычисление площади поверхности тела вращения. Приложения интеграла в физике и механике: нахождение статических моментов и координат центра тяжести плоской дуги и плоской пластины (теоремы Гульдина), вычисление работы переменной силы, расчет силы давления жидкости на вертикальную пластину.

Раздел 4. Бесконечные ряды

Тема 12. Числовой ряд. Сходимость и сумма числового ряда

Понятие бесконечного числового ряда. Элементы ряда, общий член ряда Un. Частичные суммы ряда Sn. Определение сходимости и суммы числового ряда как предела lim(n->inf) Sn = S. Расходящиеся ряды. Сходимость бесконечной геометрической прогрессии (знаменатель прогрессии q, сходится при |q| < 1). Свойства сходящихся рядов (линейность, отбрасывание или добавление конечного числа членов). Необходимый признак сходимости числового ряда (lim(n->inf) Un = 0), его формулировка и логическое применение. Понятие гармонического ряда Int(1..inf) (1/n), доказательство его расходимости. Ряды с положительными членами (знакоположительные ряды). Признаки сравнения рядов: первый признак сравнения (в форме неравенств) и предельный признак сравнения. Обобщенный гармонический ряд (ряд Дирихле) Sum (1 / n^p) и критерии его сходимости (сходится при p > 1).

Тема 13. Знакопеременные ряды. Абсолютная и условная сходимость. Признак Лейбница

Достаточные признаки сходимости знакоположительных рядов: признак Даламбера (в предельной форме), радикальный признак Коши (в предельной форме), интегральный признак Коши. Знакопеременные ряды. Частный случай — знакочередующиеся ряды. Достаточный признак сходимости знакочередующихся рядов (признак Лейбница). Оценка погрешности при замене суммы ряда Лейбница его частичной суммой. Ряды с произвольными знаками. Понятие абсолютной и условной сходимости числового ряда. Теорема об абсолютной сходимости (связь между сходимостью ряда из модулей и самого ряда). Свойства абсолютно сходящихся рядов (теорема Дирихле о перестановке членов). Свойства условно сходящихся рядов (теорема Римана).

Тема 14. Функциональные ряды. Степенные ряды, область сходимости

Понятие функционального ряда. Область сходимости функционального ряда (совокупность точек сходимости числовых рядов). Понятие мажорируемого ряда, признак равномерной сходимости Вейерштрасса. Свойства равномерно сходящихся функциональных рядов (непрерывность суммы, почленное интегрирование и дифференцирование). Частный случай функциональных рядов — степенные ряды Sum (An * x^n). Структура степенного ряда. Первая теорема Абеля. Интервал (-R; R) и радиус сходимости степенного ряда R. Нахождение радиуса сходимости по формулам Даламбера и Коши-Адамара. Область сходимости степенного ряда (исследование поведения ряда на концах интервала сходимости x = -R и x = R). Свойства степенных рядов внутри интервала сходимости.

Тема 15. Ряды Тейлора и Маклорена. Разложение элементарных функций в ряды

Понятие степенного ряда Тейлора для дифференцируемой бесконечное число раз функции. Частный случай при x0 = 0 — ряд Маклорена. Необходимое и достаточное условие разложимости функции в ряд Тейлора (остаточный член в форме Лагранжа или Коши, его стремление к нулю). Разложение в ряд Маклорена основных элементарных функций: экспоненты (e^x), тригонометрических функций (sin(x), cos(x)), логарифмической функции (ln(1+x)), а также биномиального ряда (1+x)^a. Области сходимости указанных разложений. Приложения степенных рядов: приближенное вычисление значений функций,

вычисление определенных интегралов, не берущихся в конечных функциях, решение дифференциальных уравнений с помощью степенных рядов.

Планы семинарских занятий

РАЗДЕЛ 1. ВВЕДЕНИЕ В МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ И ТЕОРИЯ ПРЕДЕЛОВ (6 ЧАСОВ)

Семинар 1. Вычисление пределов числовых последовательностей и функций (2 часа)

- **Формируемые коды результатов:** УК-1-З2, УК-1-У1, УК-1-В3.
- **Вопросы для обсуждения:**

1. Понятие предела последовательности и предела функции в точке.
2. Раскрытие простейших алгебраических неопределенностей вида [inf/inf] и [0/0].

- **Практические задания и расчетные алгоритмы:**

1. Вычислить предел последовательности при стремлении n к бесконечности:

lim (2*n*^3 - 3n + 5) / (5*n^3 + n^2 - 4).

2. Найти предел функции при x, стремящемся к числу (раскрытие неопределенности за счет разложения на множители):

lim(x->3) (x^2 - 5*x + 6) / (x^2 - 9).

3. Найти предел функции, содержащей иррациональность (метод умножения на сопряженное выражение):

lim(x->4) (sqrt(x) - 2) / (x - 4).

Семинар 2. Замечательные пределы и эквивалентные бесконечно малые (2 часа)

- **Формируемые коды результатов:** УК-1-З2, УК-1-У1, УК-1-В3.
- **Вопросы для обсуждения:**

1. Первый замечательный предел и его следствия.
2. Второй замечательный предел: раскрытие неопределенности [1^inf].
3. Таблица эквивалентных бесконечно малых функций.

- **Практические задания и расчетные алгоритмы:**

1. Найти предел тригонометрической функции:

lim(x->0) (sin(5*x) / tg(3*x)).

2. Найти предел функции на основе второго замечательного предела:

lim(x->inf) ((x + 3) / (x - 1))^(2*x + 4).

3. Вычислить предел методом замены бесконечно малых на эквивалентные:

lim(x->0) (ln(1 + 4*x) / (e^(2*x) - 1)).

Семинар 3. Исследование функций на непрерывность и классификация точек разрыва (2 часа)

- **Формируемые коды результатов:** УК-1-З2, УК-1-У1, УК-1-В3.
- **Вопросы для обсуждения:**

1. Условия непрерывности функции в точке. Односторонние пределы.
2. Разрывы первого рода (устранимый, скачок) и второго рода.

- **Практические задания и расчетные алгоритмы:**

1. Найти точки разрыва функции f(x) = (x^2 - 4) / (x - 2), вычислить односторонние пределы в этих точках и определить характер разрыва.
2. Исследовать на непрерывность кусочно-заданную функцию:

f(x) = x + 1 при x < 0; f(x) = cos(x) при 0 <= x <= pi; f(x) = -1 при x > pi.

Построить схематичный график.

РАЗДЕЛ 2. ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОЕ ИСЧИСЛЕНИЕ ФУНКЦИЙ ОДНОЙ ПЕРЕМЕННОЙ (6 ЧАСОВ)

Семинар 4. Техника дифференцирования. Производные сложных функций (2 часа)

- **Формируемые коды результатов:** УК-1-З4, УК-1-У2, УК-1-В2.
- **Вопросы для обсуждения:**

1. Таблица производных и базовые правила (сумма, произведение, частное).
2. Правило дифференцирования сложной функции (цепочечное правило).

- **Практические задания и расчетные алгоритмы:**

1. Найти производную функции: y = (2*x^2 - 3)*(5*x + 1).

2. Найти производную сложной функции с последовательным вложением:
y = ln(sin(3*x^2 + 1)).
3. Применить метод логарифмического дифференцирования для показательно-степенной функции:
y = x^(cos(x)).

Семинар 5. Раскрытие неопределенностей по правилу Лопиталя (2 часа)
- **Формируемые коды результатов:** УК-1-З4, УК-1-У2, УК-1-В2.
- **Вопросы для обсуждения:**

1. Условия применимости правила Лопиталя.
2. Сведение неопределенностей вида [0 * inf] и [inf - inf] к каноническим видам [0/0] и [inf/inf].

- **Практические задания и расчетные алгоритмы:**

1. Найти предел по правилу Лопиталя:
lim(x->0) (e^x - e^(-x) - 2*x) / (x - sin(x)).
2. Раскрыть неопределенность типа [0 * inf]:
lim(x->0+) (x^2 * ln(x)).

Семинар 6. Комплексное исследование функций и построение графиков (2 часа)
- **Формируемые коды результатов:** УК-1-З4, УК-1-У2, УК-1-В4.
- **Вопросы для обсуждения:**

1. Нахождение экстремумов и интервалов монотонности (первая производная).
2. Нахождение точек перегиба и выпуклости (вторая производная).
3. Вертикальные и наклонные асимптоты.

- **Практические задания и расчетные алгоритмы:**

1. Провести полное исследование функции по стандартному алгоритму и построить её график:
y = (x^2 + 1) / (x - 1).
2. Найти наибольшее и наименьшее значения функции y = x^3 - 3*x^2 + 6 на отрезке [-1; 3].

РАЗДЕЛ 3. ИНТЕГРАЛЬНОЕ ИСЧИСЛЕНИЕ ФУНКЦИЙ ОДНОЙ ПЕРЕМЕННОЙ (10 ЧАСОВ)
Семинар 7. Непосредственное интегрирование и метод замены переменной (2 часа)
- **Формируемые коды результатов:** УК-1-З1, УК-1-У2, УК-1-В1, УК-1-В2.
- **Вопросы для обсуждения:**

1. Свойства неопределенного интеграла. Таблица интегралов.
2. Подведение функции под знак дифференциала.

- **Практические задания и расчетные алгоритмы:**

1. Найти интеграл методом непосредственного интегрирования: Int (3*x^4 - 2*sqrt(x) + 1/x) dx.
2. Найти интеграл методом подведения под знак дифференциала:
Int (x^2 * e^(x^3)) dx; Int (ln(x)^3 / x) dx.

Семинар 8. Метод интегрирования по частям в неопределенном интеграле (2 часа)
- **Формируемые коды результатов:** УК-1-З1, УК-1-У2, УК-1-В1, УК-1-В2.
- **Вопросы для обсуждения:**

1. Вывод формулы интегрирования по частям: Int u*dv* = *u*v - Int v*du.
2. Критерии выбора функций u и dv для различных классов интегралов.

- **Практические задания и расчетные алгоритмы:**

1. Вычислить интегралы методом интегрирования по частям:
Int (x * cos(2*x)) dx; Int (x^2 * ln(x)) dx.
2. Найти интеграл от обратной тригонометрической функции: Int arctg(x) dx.

Семинар 9. Интегрирование рациональных дробей (2 часа)
- **Формируемые коды результатов:** УК-1-З1, УК-1-У2, УК-1-В1, УК-1-В2.
- **Вопросы для обсуждения:**

1. Разложение неправильной дроби в сумму многочлена и правильной дроби.
2. Метод неопределенных коэффициентов.

- **Практические задания и расчетные алгоритмы:**

1. Выделить целую часть и интегрировать правильную дробь:
Int (x^3 + 1) / (x^2 - 4) dx.

2. Разложить дробь на простейшие и найти интеграл:
Int (x + 5) / (x^2 - x - 6) dx.
3. Найти интеграл с выделением полного квадрата в знаменателе: Int 1 / (x^2 + 4*x + 13) dx.

Семинар 10. Вычисление определенного интеграла. Формула Ньютона-Лейбница (2 часа)
- **Формируемые коды результатов:** УК-1-З1, УК-1-У2, УК-1-В1, УК-1-В2.
- **Вопросы для обсуждения:**

1. Геометрический смысл определенного интеграла.
2. Особенности замены переменной (пересчет пределов интегрирования) и интегрирования по частям в определенном интеграле.

- **Практические задания и расчетные алгоритмы:**

1. Вычислить определенный интеграл по формуле Ньютона-Лейбница: Int(1..2) (3*x*^2 - 2x + 5) dx.
2. Вычислить интеграл методом замены переменной: Int(0..ln(2)) (e^x / (e^x + 1)) dx.
3. Найти определенный интеграл методом по частям: Int(0..pi/2) (x * sin(x)) dx.

Семинар 11. Геометрические приложения определенного интеграла (2 часа)
- **Формируемые коды результатов:** УК-1-З4, УК-1-У3, УК-1-У4, УК-1-В3.
- **Вопросы для обсуждения:**

1. Алгоритмы расчета площадей плоских фигур.
2. Расчет объемов тел вращения.

- **Практические задания и расчетные алгоритмы:**

1. Вычислить площадь плоской фигуры, ограниченной линиями: y = x^2 и y = 2*x + 3. (Найти точки пересечения, построить чертеж, составить интеграл).
2. Найти объем тела, полученного вращением вокруг оси Ox фигуры, ограниченной линиями: y = sqrt(x), x = 4, y = 0. Формула: V = pi * Int(0..4) (sqrt(x))^2 dx.

РАЗДЕЛ 4. БЕСКОНЕЧНЫЕ РЯДЫ (14 ЧАСОВ)

Семинар 12. Исследование числовых рядов на основе необходимых и простейших признаков (2 часа)
- **Формируемые коды результатов:** УК-1-З3, УК-1-У2, УК-1-В2.
- **Вопросы для обсуждения:**

1. Понятие частичной суммы ряда. Сходимость ряда геометрической прогрессии.
2. Необходимый признак сходимости ряда и его следствия.

- **Практические задания и расчетные алгоритмы:**

1. Найти сумму ряда геометрической прогрессии: Sum(n=1..inf) (1 / 3^n).
2. Проверить выполнение необходимого признака сходимости для рядов:
Sum(n=1..inf) (n / (2*n + 1)) — *(критический вывод: предел общего члена не равен 0, ряд расходится); Sum(n=1..inf) (1 / (3*n - 2)).*

Семинар 13. Признаки сравнения и признак Даламбера для знакоположительных рядов (2 часа)
- **Формируемые коды результатов:** УК-1-З3, УК-1-У2, УК-1-В2.
- **Вопросы для обсуждения:**

1. Эталонные ряды для сравнения (гармонический ряд и ряд Дирихле).
2. Предельный признак сравнения. Признак Даламбера для факториалов и степенных функций.

- **Практические задания и расчетные алгоритмы:**

1. Исследовать ряд на сходимость с помощью предельного признака сравнения (сравнить с рядом Дирихле):
Sum(n=1..inf) (n + 2) / (n^3 + 5*n - 1).
2. Исследовать ряд на сходимость по признаку Даламбера:
Sum(n=1..inf) (2^n / n!).

Семинар 14. Радикальный и интегральный признаки Коши (2 часа)
- **Формируемые коды результатов:** УК-1-З3, УК-1-У2, УК-1-В2.
- **Вопросы для обсуждения:**

1. Специфика применения радикального признака Коши при наличии общих степеней n.
2. Условия применимости интегрального признака Коши.

- **Практические задания и расчетные алгоритмы:**

1. Исследовать ряд по радикальному признаку Коши:
Sum(n=1..inf) ((2*n + 1) / (3*n - 1))^n.
2. Применить интегральный признак Коши для исследования ряда:
Sum(n=2..inf) 1 / (n * ln(n)^2).

Семинар 15. Знакочередующиеся ряды. Признак Лейбница. Абсолютная и условная сходимость (2 часа)

- **Формируемые коды результатов:** УК-1-З3, УК-1-У2, УК-1-В2.
- **Вопросы для обсуждения:**

1. Формулировка двух условий признака Лейбница.
2. Понятие абсолютной и условной сходимости.

- **Практические задания и расчетные алгоритмы:**

1. Исследовать знакочередующийся ряд по признаку Лейбница и определить тип сходимости (абсолютная или условная):
Sum(n=1..inf) ((-1)^(n-1) / sqrt(n)).
2. Исследовать на абсолютную/условную сходимость ряд:
Sum(n=1..inf) ((-1)^(n-1) / n^2).

Семинар 16. Нахождение области сходимости степенных рядов (2 часа)

- **Формируемые коды результатов:** УК-1-З3, УК-1-У2, УК-1-В2.
- **Вопросы для обсуждения:**

1. Понятие интервала и радиуса сходимости степенного ряда.
2. Алгоритм исследования поведения степенного ряда на концах интервала сходимости.

- **Практические задания и расчетные алгоритмы:**

1. Найти радиус и интервал сходимости степенного ряда по формуле Даламбера:
Sum(n=1..inf) (x^n / (n * 5^n)).
2. Провести исследование сходимости на концах полученного интервала при x = -5 и x = 5. Записать итоговую область сходимости.

Семинар 17. Разложение функций в ряды Тейлора и Маклорена (2 часа)

- **Формируемые коды результатов:** УК-1-З3, УК-1-У4, УК-1-В3.
- **Вопросы для обсуждения:**

1. Использование табличных разложений для функций e^x, sin(x), cos(x), ln(1+x).
2. Алгоритмы разложения функций со сдвигом аргумента или заменой переменных.

- **Практические задания и расчетные алгоритмы:**

1. Разложить функцию f(x) = x^2 * e^(-x) в ряд Маклорена, используя базовое табличное разложение экспоненты, и указать область сходимости ряда.
2. Разложить функцию f(x) = cos(2*x) в ряд Маклорена и найти первые четыре члена разложения.

Семинар 18. Приложение степенных рядов в приближенных вычислениях (2 часа)

- **Формируемые коды результатов:** УК-1-З3, УК-1-У4, УК-1-В3.
- **Вопросы для обсуждения:**

1. Приближенное вычисление значений функций с заданной точностью.
2. Вычисление определенных интегралов, не выражающихся через элементарные функции, с помощью рядов.

- **Практические задания и расчетные алгоритмы:**

1. Вычислить значение числа 1 / sqrt(e) с точностью до 0,001, используя разложение функции e^x в ряд Маклорена при x = -0,5. Оценить количество необходимых членов ряда.
2. Вычислить определенный интеграл с точностью до 0,0001 путем почленного интегрирования степенного ряда: Int(0..0,5) (sin(x) / x) dx.

6. ПЕРЕЧЕНЬ УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОГО ОБЕСПЕЧЕНИЯ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ

6.1.1. Основные категории учебной дисциплины для самостоятельного изучения:

- **Абсолютная сходимость ряда** — свойство числового ряда, при котором ряд, составленный из абсолютных величин (модулей) его членов, является сходящимся.

- **Асимптота графика функции** — прямая линия, к которой неограниченно приближается точка графика функции при её удалении в бесконечность.
- **Бесконечно малая функция** — функция, предел которой в данной точке или на бесконечности равен нулю.
- **Второй замечательный предел** — фундаментальное соотношение математического анализа, определяющее число e как предел выражения (1 + 1/x)^x при стремлении переменной x к бесконечности.
- **Дифференциал функции** — главная, линейная относительно приращения аргумента часть приращения функции, равная произведению производной функции на дифференциал аргумента.
- **Интеграл с переменным верхним пределом** — функция, заданная в виде определенного интеграла, у которого верхний предел интегрирования является переменной величиной.
- **Интегральная сумма Римана** — сумма произведений значений функции в выбранных промежуточных точках на длины соответствующих элементарных отрезков разбиения области интегрирования.
- **Интервал сходимости степенного ряда** — симметричный интервал (-R; R), внутри которого степенной ряд сходится абсолютно, а вне его — расходится.
- **Касательная к графику функции** — предельное положение секущей при стремлении второй точки пересечения к первой вдоль кривой.
- **Критические точки функции** — точки из области определения функции, в которых её первая производная равна нулю или не существует.
- **Локальный экстремум** — максимальное или минимальное значение функции в достаточно малой окрестности рассматриваемой точки.
- **Метод интегрирования по частям** — способ вычисления интеграла, основанный на формуле, преобразующей интеграл от произведения функции на дифференциал другой функции в более простую форму.
- **Метод неопределенных коэффициентов** — алгебраический алгоритм нахождения числителей простейших дробей при интегрировании рациональных выражений путем составления системы линейных уравнений.
- **Необходимый признак сходимости ряда** — условие, требующее, чтобы предел общего члена числового ряда при стремлении его номера к бесконечности был равен нулю.
- **Неопределенный интеграл** — совокупность всех первообразных для данной функции на заданном промежутке, отличающихся друг от друга на произвольную постоянную константу.
- **Непрерывность функции в точке** — свойство функции, при котором её предел в данной точке существует и равен значению функции в этой точке.
- **Определенный интеграл** — предел интегральных сумм Римана при стремлении мелкости разбиения отрезка интегрирования к нулю.
- **Первообразная функции** — функция, производная которой на заданном промежутке равна исходной функции.
- **Первый замечательный предел** — фундаментальное соотношение математического анализа, устанавливающее, что предел отношения sin(x) к x равен единице при стремлении переменной x к нулю.
- **Правило Лопиталя** — метод раскрытия неопределенностей видов [0/0] и [inf/inf] в пределах функций, основанный на использовании производных.
- **Предел функции в точке** — число, к которому приближается значение функции, когда её аргумент неограниченно приближается к заданной точке.
- **Предел числовой последовательности** — число, в любой окрестности которого содержатся все члены последовательности, начиная с некоторого номера.
- **Признак Лейбница** — достаточный признак сходимости знакочередующихся числовых рядов, требующий монотонного убывания модулей членов ряда к нулю.
- **Производная функции** — предел отношения приращения функции к приращению её аргумента при стремлении приращения аргумента к нулю.
- **Радиус сходимости степенного ряда** — неотрицательное число R, определяющее границы интервала, внутри которого степенной ряд сходится, а вне его — расходится.
- **Разложение функции в ряд** — представление заданной функции в виде бесконечной суммы простейших (обычно степенных) функций на определенном интервале.

- **Равномерная сходимость функционального ряда** — свойство ряда из функций, при котором скорость сходимости последовательности его частичных сумм к предельной функции одинакова для всех точек заданного множества.
- **Ряд Маклорена** — частный случай степенного ряда Тейлора, разложение в котором производится в окрестности нулевой точки.
- **Ряд Тейлора** — степенной ряд, представляющий собой разложение дифференцируемой бесконечное число раз функции в окрестности некоторой точки.
- **Стационарные точки** — точки из области определения функции, в которых её первая производная строго равна нулю.
- **Степенной ряд** — функциональный ряд, членами которого являются степенные функции с возрастающими целыми положительными показателями.
- **Сходящийся числовой ряд** — бесконечная сумма чисел, последовательность частичных сумм которой имеет конечный предел.
- **Точка перегиба графика функции** — точка, разделяющая интервалы выпуклости и вогнутости (кривизны) графика непрерывной функции.
- **Универсальная тригонометрическая подстановка** — метод нахождения интегралов от тригонометрических выражений с помощью замены переменной через тангенс половинного угла.
- **Условная сходимость ряда** — свойство числового ряда, при котором сам ряд является сходящимся, но ряд, составленный из модулей его членов, расходится.
- **Формула Ньютона-Лейбница** — фундаментальная теорема, связывающая определенный интеграл от непрерывной функции с разностью значений любой её первообразной на границах интегрирования.
- **Числовой ряд** — математическое выражение, представляющее собой бесконечную сумму последовательности чисел.
- **Числовая последовательность** — функция, заданная на множестве натуральных чисел, каждому элементу которого сопоставляется определенное вещественное число.

6.1.2. Виды, объем и формы контроля самостоятельной работы студентов (СРС)

Общий объем самостоятельной работы по дисциплине составляет **38,4 часа**.

№ темы	Наименование разделов, тем учебных занятий	Объем СР (часы)	Виды самостоятельной работы студентов	Формы контроля СРС
1	Числовая последовательность. Предел последовательности.	**2**	- Изучение литературы и глоссария - Решение задач на нахождение пределов	- Блиц-опрос на семинаре - Проверка домашних заданий
2	Функции. Предел функции. Теоремы о пределах.	**2**	- Освоение замечательных пределов - Раскрытие неопределенностей	- Компьютерный тест в ЭИОС - Проверка расчетных листков
3	Непрерывность функции. Точки разрыва.	**2**	- Нахождение односторонних пределов - Классификация видов разрывов	- Аналитический блиц-контроль - Аудит графических эскизов
4	Производные первого порядка. Смысл и правила.	**2**	- Дифференцирование по таблице - Составление уравнений касательных	- Письменный летучий опрос - Контроль домашних задач
5	Производные сложных функций. Неопределенности.	**2**	- Логарифмическое дифференцирование - Применение правила Лопиталя	- Самостоятельная работа - Проверка домашних заданий
6	Производные высших порядков. Исследование функций.	**2**	- Системный анализ экстремумов - Построение комплексных графиков	- Защита расчетно-графических работ - Опрос по схеме исследования
7	Первообразная функции и неопределенный интеграл.	**3**	- Проверка интегралов дифференцированием - Подведение под знак дифференциала	- Экспресс-тестирование по таблице - Проверка домашних заданий
8	Основные методы интегрирования. Элементарные дроби.	**2,4**	- Интегрирование методом по частям - Выделение полных квадратов	- Контрольная работа (интегралы) - Аудит расчетных листов

9	Интегрирование рациональных и тригонометрических дробей.	**3**	- Нахождение неопределенных коэффициентов - Применение тригонометрических замен	- Собеседование по методам замен - Проверка домашних заданий
10	Определенный интеграл. Вычисление.	**3**	- Пересчет пределов интегрирования - Расчеты по Ньютону-Лейбницу	- Письменный летучий контроль - Проверка практических заданий
11	Приложения определенного интеграла.	**3**	- Нахождение площадей плоских фигур - Расчет объемов тел вращения	- Защита расчетно-графических работ - Графический аудит чертежей
12	Числовой ряд. Сходимость и сумма числового ряда.	**3**	- Проверка необходимых признаков - Расчет сумм прогрессий	- Экспресс-тест (сходимость) - Проверка домашних заданий
13	Знакопеременные ряды. Абсолютная и условная сходимость.	**3**	- Проверка условий признака Лейбница - Анализ рядов из модулей	- Контрольная работа (ряды) - Проверка домашних заданий
14	Функциональные ряды. Степенные ряды.	**3**	- Построение интервалов по Даламберу - Исследование сходимости на концах	- Защита мини-отчетов по радиусам - Опрос на семинаре
15	Ряды Тейлора и Маклорена. Разложение функций.	**3**	- Использование табличных разложений - Приближенные расчеты интегралов	- Компьютерный тест в ЭИОС - Итоговый блиц-опрос
	ИТОГО ОБЪЕМ СРС	**38,4**		

6.1.3. Методические указания и конкретные домашние задания для самостоятельного изучения

Тема 1. Числовая последовательность. Ограниченность, монотонность. Предел числовой последовательности

- **Методические указания:** При нахождении пределов последовательностей, представляющих собой отношение двух многочленов при стремлении n к бесконечности, выносите за скобки (или делите числитель и знаменатель) на наибольшую степень n. Помните, что величина 1/n при стремлении n к бесконечности является бесконечно малой и стремится к 0.
- **Домашнее задание:** Вычислить предел числовой последовательности:

lim (3*n*^2 - 5n + 2) / (2*n*^2 + 7n - 1) при n -> inf.

Тема 2. Функции: основные понятия и определения. Предел функции. Основные теоремы о пределах

- **Методические указания:** При раскрытии неопределенностей вида [1^inf] приводите выражение к канонической структуре второго замечательного предела с помощью выделения целой части в основании степени и последующего преобразования показателя.
- **Домашнее задание:** Вычислить пределы функций:

1. lim(x->2) (x^2 - 4) / (x^2 - 3*x + 2)
2. lim(x->0) sin(7*x*) / *tg*(3x)
3. lim(x->inf) ((x + 2) / (x - 1))^(3*x)

Тема 3. Непрерывность функции. Точки разрыва

- **Методические указания:** Для классификации точки разрыва x0 вычислите односторонние пределы слева и справа. Если оба предела конечны, но не равны между собой, то x0 — точка разрыва первого рода (скачок). Если хотя бы один из пределов равен бесконечности, то это разрыв второго рода.
- **Домашнее задание:** Исследовать функцию на непрерывность и классифицировать её точки разрыва: f(x) = (x^2 - 9) / (x - 3).

Построить схематичный график в окрестности критической точки.

Тема 4. Производные первого порядка. Геометрический и физический смысл производной. Правила дифференцирования

- **Методические указания:** Уравнение касательной к графику имеет вид: y - y0 = f'(x0)*(x - x0). Сначала найдите значение функции в точке x0, затем найдите общую производную f'(x) по таблице правил и подставьте в неё x0 для нахождения углового коэффициента.
- **Домашнее задание:** Найти производную функции y = (3*x*^2 - *1) * cos(x). Составить уравнение касательной к графику функции f(x) = x^2* - 3x + 5 в точке с абсциссой x0 = 1.

Тема 5. Производные сложных функций. Раскрытие неопределенностей

- **Методические указания:** Правило Лопиталя применяется исключительно при наличии неопределенностей видов [0/0] или [inf/inf]. Помните, что берется производная числителя отдельно и производная знаменателя отдельно, а не производная от частного функций.
- **Домашнее задание:** Найти производную сложной функции y = ln(tg(2*x)). Вычислить предел функции, используя правило Лопиталя:*
*lim(x->0) (e^(*3x) - 1) / sin(2*x).

Тема 6. Производные высших порядков. Исследование функций и построение графиков. Локальные экстремумы

- **Методические указания:** Точки перегиба графика находятся среди корней уравнения f''(x) = 0. Если при переходе через точку вторая производная меняет свой знак, то данная точка является точкой перегиба. Наклонная асимптота y = kx + b рассчитывается через пределы: k = lim (f(x)/x) и b = lim (f(x) - kx) при x -> inf.
- **Домашнее задание:** Провести полное исследование функции и построить её график:
y = x + 1/x.

Тема 7. Первообразная функции и неопределенный интеграл

- **Методические указания:** Метод подведения под знак дифференциала основан на инвариантности формул интегрирования и свойстве f'(x)dx = d(f(x)). Ищите в подынтегральном выражении часть, которая является производной от другой его части.
- **Домашнее задание:** Найти неопределенные интегралы методом непосредственного интегрирования и подведения под знак дифференциала:

1. Int (5*x*^3 - *3*x^2 + 2) dx
2. Int (x * e^(x^2)) dx

Тема 8. Основные методы интегрирования. Интегрирование элементарных дробей

- **Методические указания:** При интегрировании по частям по формуле Int u*dv* = *u*v - Int v*du за функцию u принимайте многочлен, если он умножен на тригонометрическую или показательную функцию. Если в интеграле присутствует логарифм или аркфункция, то именно их принимают за u.
- **Домашнее задание:** Найти неопределенные интегралы:

1. Int (x * sin(x)) dx
2. Int 1 / (x^2 + 6*x + 13) dx (методом выделения полного квадрата в знаменателе).

Тема 9. Интегрирование рациональных дробей. Интегрирование тригономических функций

- **Методические указания:** Разложение правильной дроби на простейшие дроби со знаменателями (x - a) и (x - b) имеет вид A/(x - a) + B/(x - b). Приведите дроби к общему знаменателю и приравняйте числители для нахождения коэффициентов A и B методом подстановки корней.
- **Домашнее задание:** Найти неопределенный интеграл от рациональной дроби с помощью метода неопределенных коэффициентов:
Int (x + 1) / (x^2 - 5*x + 6) dx.

Тема 10. Определенный интеграл и его свойства. Вычисление определенного интеграла

- **Методические указания:** При замене переменной в определенном интеграле обязательно производите пересчет нижнего и верхнего пределов интегрирования по формуле связи переменных. Возвращаться к старой переменной после вычисления первообразной не требуется.
- **Домашнее задание:** Вычислить определенный интеграл по формуле Ньютона-Лейбница, используя метод замены переменной:
Int(0..1) (x^2 * (x^3 + 1)^4) dx.

Тема 11. Геометрические и физические приложения определенного интеграла

- **Методические указания:** Площадь фигуры, ограниченной снизу линией y1(x) и сверху линией y2(x), находится как определенный интеграл от разности (y2 - y1) dx. Пределами интегрирования служат абсциссы точек пересечения этих графиков.
- **Домашнее задание:** Вычислить площадь плоской фигуры, ограниченной линиями: y = x^2 и y = x + 2. Построить схематичный чертеж фигуры.

Тема 12. Числовой ряд. Сходимость и сумма числового ряда

- **Методические указания:** Если необходимый признак сходимости выполняется (lim Un = 0), это еще не гарантирует сходимость ряда (например, гармонический ряд расходится). Используйте предельный признак сравнения, сопоставляя общий член ряда с эталонным рядом Дирихле (Sum 1 / n^p), который сходится при p > 1.
- **Домашнее задание:** Исследовать числовой ряд на сходимость с помощью предельного признака сравнения: Sum(n=1..inf) (n + 1) / (2*n^3 + n - 3).

Тема 13. Знакопеременные ряды. Абсолютная и условная сходимость. Признак Лейбница

- **Методические указания:** При исследовании знакочередующегося ряда сначала проверьте его на абсолютную сходимость, составив ряд из модулей его членов. Если ряд из модулей сходится по стандартным признакам (Даламбера, Коши), то исходный ряд сходится абсолютно. Если ряд из модулей расходится, примените признак Лейбница для проверки условной сходимости.
- **Домашнее задание:** Исследовать знакочередующийся ряд на абсолютную и условную сходимость: Sum(n=1..inf) ((-1)^(n-1) / (3*n + 1)).

Тема 14. Функциональные ряды. Степенные ряды, область сходимости

- **Методические указания:** Радиус сходимости R степенного ряда находится по формуле Даламбера: R = lim |An / An+1| при n -> inf. После нахождения интервала (-R; R) обязательно исследуйте сходимость числовых рядов, получающихся при подстановке граничных точек x = -R и x = R в исходное выражение.
- **Домашнее задание:** Найти интервал и область сходимости степенного ряда: Sum(n=1..inf) (x^n / (n * 3^n)).

\

Тема 15. Ряды Тейлора и Маклорена. Разложение элементарных функций в ряды

- **Методические указания:** При разложении сложных выражений используйте готовые табличные разложения для Маклорена путем замены аргумента. При вычислении определенных интегралов с помощью рядов разложите подынтегральную функцию в степенной ряд, проинтегрируйте его почленно и оставьте необходимое число первых слагаемых для обеспечения заданной точности.
- **Домашнее задание:** Разложить функцию f(x) = sin(3*x) в ряд Маклорена и указать интервал сходимости полученного ряда. Вычислить определенный интеграл с точностью до 0,001 путем разложения подынтегральной функции в ряд: Int(0..0.1) (e^(-x^2)) dx.

6.2 Задания для повторения и углубления приобретаемых знаний

№	Код результата обучения	Задания
1.	УК-1-З1	**Теоретическое обоснование инвариантности формул интегрирования** Используя связь между дифференцированием и интегрированием как взаимно обратными операциями, докажите свойство инвариантности формы неопределенного интеграла. Математически обоснуйте, почему формула Int f(u)du = F(u) + C остается справедливой независимо от того, является ли переменная u независимым аргументом или дифференцируемой функцией u = g(x).
2.	УК-1-З1	**Критический анализ расходимости интегралов и методов их регуляризации** На основе базовых определений первообразной докажите аналитически, почему интеграл от функции f(x) = 1/x по промежутку [1; inf) расходится, в то время как для функции f(x) = 1/(x^2) по тому же промежутку он сходится к конечному числу. Сформулируйте выводы о математической природе бесконечно больших площадей криволинейных трапеций.
3.	УК-1-З2	**Строгое доказательство единственности предела последовательности по Коши**

		Опираясь на базовые понятия математического анализа числовых множеств, постройте строгое доказательство теоремы о единственности предела сходящейся числовой последовательности методом от противного (на языке "e - N"). Объясните, как это свойство обеспечивает однозначность верификации результатов при моделировании реальных динамических процессов.
4.	**УК-1-З2**	**Анализ природы разрывных функций и теоремы о промежуточных значениях** Изучите глобальные свойства функций, непрерывных на отрезке. Постройте логическое рассуждение, объясняющее, почему для непрерывной функции на отрезке [a, b] выполнение условия f(a) * f(b) < 0 гарантирует существование корня уравнения f(x) = 0 (теорема Коши). Опишите, как нарушение свойства непрерывности (наличие точки разрыва первого или второго рода) аннулирует данное утверждение.
5.	**УК-1-З3**	**Теоретический анализ расходимости гармонического ряда методом группировки** Гармонический ряд Sum (1/n) удовлетворяет необходимому признаку сходимости, так как его общий член стремится к нулю при n, стремящемся к бесконечности. Используя метод группировки членов (метод Орема), математически докажите, что данный ряд расходится. Сформулируйте вывод о том, почему необходимый признак сходимости не является достаточным.
6.	**УК-1-З3**	**Исследование поведения степенных рядов на границах интервала сходимости** На основе первой теоремы Абеля докажите, что область сходимости степенного ряда всегда представляет собой интервал, симметричный относительно нуля. Обоснуйте теоретически, почему признаки Даламбера и Коши не позволяют определить сходимость ряда на концах этого интервала (при x = -R и x = R), и какие специфические инструменты (признак Лейбница, признаки сравнения) необходимо применять на данном этапе.
7.	**УК-1-З4**	**Сравнительный анализ дифференцируемости функций одной и нескольких переменных** Докажите, что для функции одной вещественной переменной существование конечной производной в точке является необходимым и достаточным условием её дифференцируемости в этой точке. Сформулируйте принципы проведения исследования для функций нескольких переменных: объясните, почему для них существование частных производных уже не гарантирует дифференцируемость.
8.	**УК-1-З4**	**Теоретический вывод формулы Тейлора с остаточным членом в форме Лагранжа** Используя последовательное применение теоремы Ролля (или теоремы Лагранжа) к специальным вспомогательным функциям, выведите формулу Тейлора для произвольной n раз дифференцируемой функции. Математически докажите структуру остаточного члена в форме Лагранжа и объясните его роль в строгой оценке погрешности аппроксимации.

6.3 Задания, направленные на формирование профессиональных умений

№	Код результата обучения	Задания
1.	**УК-1-У1**	**Вычисление пределов последовательностей и раскрытие неопределенностей** Задана математическая модель изменения параметров системы во времени в виде числовой последовательности: \(x_n = \frac{5 \cdot n^3 - 2 \cdot n^2 + 4}{2 \cdot n^3 + n - 7}\). *Задание:* Решите задачу вычислительного характера: найдите предел последовательности при \(n \to \infty\). На основе полученного результата определите значение горизонтальной асимптоты для исследуемого процесса.
2.	**УК-1-У1**	**Применение замечательных пределов для раскрытия сложных неопределенностей** Задан предел функции, моделирующий критическое состояние системы в окрестности точки \(x = 0\): \(L = \lim_{x \to 0} \frac{\ln(1 + 3 \cdot x)}{\sin(5 \cdot x)}\). *Задание:* Решите задачу по теории пределов: используя метод замены бесконечно малых величин на эквивалентные или первый замечательный предел, раскройте неопределенность вида \([0/0]\) и найдите точное значение предела.
3.	**УК-1-У2**	**Логически корректное применение формулы интегрирования по частям** Задан неопределенный интеграл от произведения разнородных функций: \(I = \int x^2 \cdot \ln(x) \, dx\). *Задание:* Логически корректно примените математический метод интегрирования по частям. Составьте схему подстановки, выделив элементы \(u\), \(du\), \(v\), \(dv\) по формуле \(\int u \, dv = u \cdot v - \int v \, du\), и найдите семейство первообразных.
4.	**УК-1-У2**	**Решение и исследование числовых рядов с помощью признака Даламбера** Задан бесконечный числовой ряд с положительными членами: \(\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n}{(n + 1)!}\). *Задание:* Логически корректно примените признак Даламбера для исследования ряда на сходимость. Найдите предел отношения \(n+1\)-го члена ряда к \(n\)-му члену при \(n \to \infty\) и сделайте вывод о сходимости или расходимости ряда.
5.	**УК-1-У3**	**Верификация результатов дифференцирования сложных функций** В ходе моделирования динамического процесса получена функция: \(y = \ln(\text{tg}(3 \cdot x^2))\). *Задание:* Найдите общую производную первого порядка \(y^{\prime }\) по правилу дифференцирования сложной функции. Верифицируйте полученный результат путем подстановки контрольного значения \(x = \sqrt{\pi} / 6\) и расчета численного значения производной.

6.	**УК-1-У3**	**Верификация сходимости знакочередующихся рядов по Лейбницу** Задан знакочередующийся числовой ряд: \(\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \cdot \frac{1}{\sqrt{2 \cdot n + 3}}\). *Задание:* Проведите верификацию результатов исследования ряда: проверьте выполнение двух условий признака Лейбница (монотонное убывание модулей членов ряда и стремление общего члена к нулю). Сделайте вывод об условной или абсолютной сходимости.
7.	**УК-1-У4**	**Построение математической модели геометрических параметров плоских фигур** Плоская фигура ограничена линиями, заданными уравнениями: \(y = x^2 - 2 \cdot x\) и \(y = 3\). *Задание:* Постройте корректно обоснованную математическую модель задачи: найдите точки пересечения графиков, определив пределы интегрирования, составьте определенный интеграл Ньютона-Лейбница и вычислите площадь данной фигуры.
8.	**УК-1-У4**	**Моделирование и аппроксимация функций степенными рядами Маклорена** Задана трансцендентная функция, описывающая затухающие колебания системы: \(f(x) = x \cdot e^{-x^2}\). *Задание:* Постройте математическую модель аппроксимации данной функции: используя табличное разложение Маклорена для экспоненты, запишите ряд для \(f(x)\). На основе модели найдите приближенное значение интеграла \(\int_{0}^{0,2} f(x) \, dx\) с точностью до 0,001.

6.4 Задания, направленные на формирование профессиональных навыков, владений

№	Код результата обучения	Задания
1.	**УК-1-В1**	**Аналитическое исследование сходимости несобственных интегралов** Владея методами доказательства теорем интегрального исчисления, проведите комплексное исследование сходимости семейства несобственных интегралов вида \(\int_{1}^{\infty} \frac{dx}{x^p}\) в зависимости от числового параметра \(p\). Составьте аналитическое заключение, описывающее математические условия, при которых бесконечная площадь криволинейной трапеции стягивается к конечному числу, и дайте геометрическую интерпретацию полученного результата.
2.	**УК-1-В1**	**Теоретическое обоснование корректности разложения функций в функциональные ряды** Продемонстрируйте владение навыками применения мажорантного признака Вейерштрасса. Для заданного функционального ряда обоснуйте область его равномерной сходимости. Докажите правомерность операции почленного интегрирования элементов данного ряда при решении прикладных физических задач, в которых первообразная не выражается через конечные элементарные функции.
3.	**УК-1-В2**	**Алгоритмизация процедур интегрирования дробно-рациональных функций** Владея навыками решения типовых задач, разработайте пошаговый вычислительный алгоритм для нахождения семейства первообразных произвольной правильной рациональной дроби. Продемонстрируйте применение разработанного алгоритма на примере интеграла, содержащего в знаменателе кратные и комплексно-сопряженные корни, и верифицируйте результат дифференцированием.
4.	**УК-1-В2**	**Проектирование и расчет интервалов стабильности степенных рядов** Продемонстрируйте владение навыками решения задач на сходимость степенных структур. Для заданного функционального ряда \(\sum a_n \cdot x^n\) рассчитайте точный радиус сходимости по методу Коши-Адамара. Проведите глубокий анализ математического поведения ряда на границах полученного интервала стабильности (\(x = -R\) и \(x = R\)) и определите полную область сходимости.
5.	**УК-1-В3**	**Инструментальное моделирование физических и экономических процессов методами интегрального исчисления** Владея навыками практического использования аппарата математического анализа, постройте математическую модель расчета объема тела вращения, образующегося при движении криволинейной трапеции вокруг координатных осей. Рассчитайте параметры модели для заданной конфигурации деталей и дайте содержательную инженерную интерпретацию полученному числовому значению объема.
6.	**УК-1-В3**	**Применение степенных рядов для прецизионного расчета определенных интегралов** Продемонстрируйте владение навыками практического использования математического аппарата при решении задач с заданной точностью. Разложите подынтегральную функцию \([e^{-x^2}]\) в степенной ряд Маклорена. Вычислите значение определенного интеграла на отрезке \([0; 0,5]\) с точностью до \(0,0001\), математически обосновав количество удерживаемых членов ряда на основе остаточного члена в форме Лагранжа.
7.	**УК-1-В4**	**Системный анализ и оптимизация параметров динамических систем по критерию экстремума** Владея навыками применения методов нахождения локальных экстремумов, проведите полное исследование целевой функции, описывающей траекторию издержек или эффективности производства. Найдите стационарные и критические точки, определите характер экстремумов с помощью анализа знака второй производной и сформулируйте рекомендации по оптимизации параметров системы.
8.	**УК-1-В4**	**Моделирование геометрического профиля конструкций на основе исследования функций** На основе построенной математической модели профиля детали, заданного уравнением \(y = f(x)\),

проведите комплексный геометрический анализ. Найдите интервалы выпуклости, вогнутости и координаты точек перегиба. Продемонстрируйте владение навыками интерпретации полученных результатов: определите зоны максимального изгиба конструкции и рассчитайте уравнения наклонных асимптот для оценки её поведения на границах технологической зоны.

7. ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ ДЛЯ ПРОВЕДЕНИЯ ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ И ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ (МОДУЛЮ)

7.1. Средства оценивания в ходе текущего контроля:

- письменные краткие опросы в ходе аудиторных занятий по учебной дисциплине;
- решение задач, проверка выполненных заданий и упражнений;
- выполнение заданий и упражнений в ходе семинаров, которые раскрываются в планах семинарских занятий

-ответы на вопросы при проведении экзамена.

7.2. ФОС для текущего контроля:

№ п/п	Код результата	ФОС текущего контроля
1	**УК-1-З1**	Выполнение заданий для повторения и углубления знаний №1, №2 Раздела 6.2 (Теоретическое обоснование инвариантности формул интегрирования; Критический анализ расходимости интегралов и методов их регуляризации).
2	**УК-1-З2**	Выполнение заданий для повторения и углубления знаний №3, №4 Раздела 6.2 (Строгое доказательство единственности предела последовательности по Коши; Анализ природы разрывных функций и теоремы о промежуточных значениях).
3	**УК-1-З3**	Выполнение заданий для повторения и углубления знаний №5, №6 Раздела 6.2 (Теоретический анализ расходимости гармонического ряда методом группировки; Исследование поведения степенных рядов на границах интервала сходимости).
4	**УК-1-З4**	Выполнение заданий для повторения и углубления знаний №7, №8 Раздела 6.2 (Сравнительный анализ дифференцируемости функций одной и нескольких переменных; Теоретический вывод формулы Тейлора с остаточным членом в форме Лагранжа).
5	**УК-1-У1**	Выполнение заданий, направленных на формирование профессиональных умений №1, №2 Раздела 6.3 (Вычисление пределов последовательностей и раскрытие неопределенностей; Применение замечательных пределов для раскрытия сложных неопределенностей).
6	**УК-1-У2**	Выполнение заданий, направленных на формирование профессиональных умений №3, №4 Раздела 6.3 (Логически корректное применение формулы интегрирования по частям; Решение и исследование числовых рядов с помощью признака Даламбера).
7	**УК-1-У3**	Выполнение заданий, направленных на формирование профессиональных умений №5, №6 Раздела 6.3 (Верификация результатов дифференцирования сложных функций; Верификация сходимости знакочередующихся рядов по Лейбницу).
8	**УК-1-У4**	Выполнение заданий, направленных на формирование профессиональных умений №7, №8 Раздела 6.3 (Построение математической модели геометрических параметров плоских фигур; Моделирование и аппроксимация функций степенными рядами Маклорена).
9	**УК-1-В1**	Выполнение заданий, направленных на формирование профессиональных навыков, владений №1, №2 Раздела 6.4 (Аналитическое исследование сходимости несобственных интегралов; Теоретическое обоснование корректности разложения функций в функциональные ряды).
10	**УК-1-В2**	Выполнение заданий, направленных на формирование профессиональных навыков, владений №3, №4 Раздела 6.4 (Алгоритмизация процедур интегрирования дробно-рациональных функций; Проектирование и расчет интервалов стабильности степенных рядов).
11	**УК-1-В3**	Выполнение заданий, направленных на формирование профессиональных навыков, владений №5, №6 Раздела 6.4 (Инструментальное моделирование физических и экономических процессов; Применение степенных рядов для прецизионного расчета определенных интегралов).
12	**УК-1-В4**	Выполнение заданий, направленных на формирование профессиональных навыков, владений №7, №8 Раздела 6.4 (Системный анализ и оптимизация параметров динамических систем; Моделирование геометрического профиля конструкций на основе исследования функций).

7.3 ФОС для промежуточной аттестации:

Задания для оценки знаний.

№ п/п	Код результата	Задания (Вопросы к экзамену для оценки знаний)
1	УК-1-З1	**Теоретические вопросы по методам интегрирования функций:** 1. Понятие первообразной функции на промежутке и неопределенного интеграла. Геометрическая интерпретация неопределенного интеграла, свойства линейности. 2. Метод интегрирования подстановкой (замена переменной) в неопределенном интеграле. Смена переменной в определенном интеграле и пересчет границ. 3. Метод интегрирования по частям в неопределенном и определенном интегралах: вывод формулы, условия применимости и классификация типов интегралов. 4. Интегрирование правильных и неправильных рациональных дробей. Метод неопределенных коэффициентов для разложения дробей на простейшие сомножители. 5. Интегрирование тригонометрических выражений. Применение универсальной тригонометрической подстановки и частные случаи тригонометрических замен. 6. Понятие определенного интеграла Римана как предела интегральных сумм. Теорема существования и базовые свойства определенного интеграла (линейность, аддитивность, теорема о среднем). 7. Функция с переменным верхним пределом интегрирования, ее непрерывность и дифференцируемость. Вывод фундаментальной формулы Ньютона-Лейбница.
2	УК-1-З2	**Теоретические вопросы по базовым понятиям анализа функций и теории пределов:** 8. Понятие числовой последовательности, ее ограниченность и монотонность. Определение предела последовательности на языке "e - N" (эпсилон - эн) и его геометрический смысл. 9. Теорема Вейерштрасса о пределе монотонной ограниченной последовательности. Определение числа e как предела последовательности. 10. Понятие функции одной вещественной переменной, ее область определения, множество значений и способы задания. Классификация основных элементарных функций. 11. Предел функции в точке: эквивалентность определений по Коши (на языке "e - d", эпсилон - дельта) и по Гейне (через последовательности). Односторонние пределы. 12. Основные теоремы о пределах функций (предел суммы, произведения, частного). Теорема о пределе зажатой функции ("о двух милиционерах"). 13. Первый замечательный предел и его следствия. Второй замечательный предел для функций и раскрытие неопределенностей вида [1^inf]. 14. Сравнение бесконечно малых функций: понятия бесконечно малых одного порядка, высшего порядка, эквивалентных бесконечно малых. Применение таблицы эквивалентностей при вычислении пределов. 15. Непрерывность функции в точке и на промежутке. Классификация и содержательная природа точек разрыва первого рода (устранимый, скачок) и второго рода. 16. Глобальные свойства функций, непрерывных на отрезке: теоремы Вейерштрасса (об ограниченности и точных гранях) и теоремы Коши (о промежуточных значениях).
3	УК-1-З3	**Теоретические вопросы по признакам сходимости бесконечных числовых и степенных рядов:** 17. Понятие бесконечного числового ряда, его общего члена и частичных сумм. Определение сходимости и суммы ряда. Сходимость ряда геометрической прогрессии. 18. Необходимый признак сходимости числового ряда, его логическая формулировка. Понятие гармонического ряда и строгое доказательство его расходимости. 19. Знакоположительные числовые ряды. Признаки сравнения рядов (в форме неравенств и в предельной форме). Обобщенный гармонический ряд Дирихле и критерии его сходимости. 20. Достаточные признаки сходимости знакоположительных рядов: признак Даламбера и радикальный признак Коши в предельной форме. 21. Интегральный признак сходимости Коши для знакоположительных числовых рядов, условия его применимости. 22. Знакопеременные и знакочередующиеся числовые ряды. Достаточный признак сходимости Лейбница и оценка погрешности остатка ряда. 23. Понятия абсолютной и условной сходимости числовых рядов. Теорема об абсолютной сходимости. Свойства абсолютно и условно сходящихся рядов (теоремы Дирихле и Римана). 24. Понятие функционального ряда. Область сходимости. Понятие мажорируемого ряда и признак равномерной сходимости Вейерштрасса. 25. Структура степенного ряда. Первая теорема Абеля. Интервал и радиус сходимости степенного ряда, формулы Даламбера и Коши-Адамара. 26. Исследование сходимости степенного ряда на концах интервала сходимости. Свойства степенных

		рядов (непрерывность суммы, почленное дифференцирование и интегрирование). 27. Ряд Тейлора и ряд Маклорена для дифференцируемой бесконечное число раз функции. Необходимое и достаточное условие разложимости функции в степенной ряд, остаточный член в форме Лагранжа. 28. Разложение в ряд Маклорена основных элементарных функций (экспоненты, синуса, косинуса, натурального логарифма, биномиального ряда), области их сходимости. Приложения рядов к вычислению интегралов и приближенным расчетам.
4	УК-1-З4	**Теоретические вопросы по методам решения задач дифференциального и интегрального исчисления:** 29. Определение производной функции в точке, ее геометрический (угловой коэффициент касательной) и физический смысл. Связь между дифференцируемостью и непрерывностью. 30. Базовые правила дифференцирования функций (сумма, произведение, частное) и вывод таблицы производных элементарных функций. 31. Дифференцирование сложных, обратных, неявных и параметрически заданных функций. Логарифмическое дифференцирование. 32. Понятие дифференциала функции, его геометрический смысл и свойство инвариантности формы первого дифференциала. Применение в приближенных вычислениях. 33. Производные и дифференциалы высших порядков (второго, третьего и n-го порядка). Формула Лейбница для производной произведения двух функций. 34. Основные теоремы о дифференцируемых функциях на отрезке: теоремы Ролля, Лагранжа и Коши, их геометрический смысл и прикладное значение. 35. Раскрытие неопределенностей различных типов с помощью правила Лопиталя (виды [0/0], [inf/inf], [0 * inf], [inf - inf]). 36. Условия монотонности функции на промежутке (критерий возрастания и убывания). Понятие локального экстремума. Необходимое условие экстремума (теорема Ферма). 37. Первое и второе достаточные условия локального экстремума функции одной переменной. Алгоритм нахождения наибольшего и наименьшего значений непрерывной функции на отрезке. 38. Выпуклость и вогнутость графика функции, точки перегиба (необходимое и достаточные условия). Вертикальные, горизонтальные и наклонные асимптоты графика функции. 39. Приложения определенного интеграла к геометрическим задачам: вычисление площадей плоских фигур в декартовой, параметрической и полярной системах координат. 40. Приложения определенного интеграла к расчету длины дуги гладкой кривой, объемов тел вращения (метод поперечных сечений) и площадей поверхностей тел вращения.

ПЕРЕЧЕНЬ ВОПРОСОВ ДЛЯ ПОДГОТОВКИ К ЭКЗАМЕНУ ПО ДИСЦИПЛИНЕ «МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ»

1. Понятие числовой последовательности, ее ограниченность и монотонность. Определение предела числовой последовательности и его геометрический смысл.
2. Теорема Вейерштрасса о пределе монотонной ограниченной последовательности. Определение числа e как предела числовой последовательности.
3. Понятие функции одной вещественной переменной, ее область определения, множество значений и способы задания. Классификация основных элементарных функций.
4. Предел функции в точке. Эквивалентность определений предела по Коши (на языке эпсилон — дельта) и по Гейне (через последовательности). Односторонние пределы функции.
5. Основные теоремы о пределах функций (предел суммы, произведения, частного). Теорема о пределе зажатой функции («о двух милиционерах»).
6. Первый замечательный предел и его следствия. Второе замечательное соотношение для пределов функций и раскрытие неопределенностей вида [1^inf].
7. Сравнение бесконечно малых функций: понятия бесконечно малых одного порядка, высшего порядка, эквивалентных бесконечно малых. Применение таблицы эквивалентностей при вычислении пределов.
8. Непрерывность функции в точке и на промежутке. Классификация и содержательная природа точек разрыва первого рода (устранимый разрыв, скачок функции) и второго рода.
9. Глобальные свойства функций, непрерывных на отрезке: теоремы Вейерштрасса (об ограниченности и точных гранях) и теоремы Коши (о промежуточных значениях).

10. Определение производной функции в точке, ее геометрический (угловой коэффициент касательной) и физический смысл. Связь между дифференцируемостью и непрерывностью функции.
11. Базовые правила дифференцирования функций (производная суммы, произведения, частного) и таблица производных основных элементарных функций.
12. Дифференцирование сложных, обратных, неявных и параметрически заданных функций. Логарифмическое дифференцирование.
13. Понятие дифференциала функции, его геометрический смысл и свойство инвариантности формы первого дифференциала. Применение дифференциала в приближенных вычислениях.
14. Производные и дифференциалы высших порядков (второго, третьего и n-го порядка). Формула Лейбница для производной произведения двух функций.
15. Основные теоремы о дифференцируемых функциях на отрезке: теоремы Ролля, Лагранжа и Коши, их геометрический смысл и прикладное значение.
16. Раскрытие неопределенностей различных типов с помощью правила Лопиталя (виды [0/0], [inf/inf], [0 * inf], [inf - inf]).
17. Условия монотонности функции на промежутке (критерий возрастания и убывания). Понятие локального экстремума. Необходимое условие экстремума (теорема Ферма).
18. Первое и второе достаточные условия локального экстремума функции одной переменной. Алгоритм нахождения наибольшего и наименьшего значений непрерывной функции на отрезке.
19. Выпуклость и вогнутость графика функции, точки перегиба (необходимое и достаточные условия). Вертикальные, горизонтальные и наклонные асимптоты графика функции. Общая схема исследования функции.
20. Понятие первообразной функции на промежутке и неопределенного интеграла. Геометрическая интерпретация неопределенного интеграла, свойства линейности. Таблица основных интегралов.
21. Метод интегрирования подстановкой (замена переменной) в неопределенном интеграле. Смена переменной в определенном интеграле и пересчет границ интегрирования.
22. Метод интегрирования по частям в неопределенном и определенном интегралах: вывод формулы, условия применимости и классификация типов интегралов.
23. Интегрирование правильных и неправильных рациональных дробей. Метод неопределенных коэффициентов для разложения дробей на простейшие сомножители.
24. Интегрирование тригонометрических выражений. Применение универсальной тригонометрической подстановки и частные случаи тригонометрических замен.
25. Понятие определенного интеграла Римана как предела интегральных сумм. Теорема существования и базовые свойства определенного интеграла (линейность, аддитивность, теорема о среднем).
26. Функция с переменным верхним пределом интегрирования, ее непрерывность и дифференцируемость. Вывод фундаментальной формулы Ньютона-Лейбница.
27. Приложения определенного интеграла к геометрическим задачам: вычисление площадей плоских фигур в декартовой, параметрической и полярной системах координат.
28. Приложения определенного интеграла к расчету длины дуги гладкой кривой, объемов тел вращения (метод поперечных сечений) и площадей поверхностей тел вращения.
29. Понятие бесконечного числового ряда, его общего члена и частичных сумм. Определение сходимости и суммы ряда. Сходимость ряда геометрической прогрессии.
30. Необходимый признак сходимости числового ряда, его логическая формулировка. Понятие гармонического ряда и строгое доказательство его расходимости.
31. Знакоположительные числовые ряды. Признаки сравнения рядов (в форме неравенств и в предельной форме). Обобщенный гармонический ряд Дирихле и критерии его сходимости.
32. Достаточные признаки сходимости знакоположительных рядов: признак Даламбера и радикальный признак Коши в предельной форме.

33. Интегральный признак сходимости Коши для знакоположительных числовых рядов, условия его применимости.
34. Знакопеременные и знакочередующиеся числовые ряды. Достаточный признак сходимости Лейбница и оценка погрешности остатка ряда.
35. Понятия абсолютной и условной сходимости числовых рядов. Теорема об абсолютной сходимости. Свойства абсолютно и условно сходящихся рядов (теоремы Дирихле и Римана).
36. Понятие функционального ряда. Область сходимости функционального ряда. Понятие мажорируемого ряда и признак равномерной сходимости Вейерштрасса.
37. Структура степенного ряда. Первая теорема Абеля. Интервал и радиус сходимости степенного ряда, формулы Даламбера и Коши-Адамара.
38. Исследование сходимости степенного ряда на концах интервала сходимости. Свойства степенных рядов (непрерывность суммы, почленное дифференцирование и интегрирование внутри интервала сходимости).
39. Ряд Тейлора и ряд Маклорена для дифференцируемой бесконечное число раз функции. Необходимое и достаточное условие разложимости функции в степенной ряд, остаточный член в форме Лагранжа.
40. Разложение в ряд Маклорена основных элементарных функций (экспоненты, синуса, косинуса, натурального логарифма, биномиального ряда), области их сходимости. Приложения рядов к вычислению интегралов и приближенным расчетам.

7.3.2 Задания для оценки умений

№	Код результата обучения	Практические экзаменационные задания для оценки умений	Эталон ответа / Алгоритм решения задачи
1	УК-1-У1	**Раскрытие алгебраической неопределенности [0/0] методом разложения на множители:** Вычислить предел функции: lim(x->3) (x^2 - 5*x + 6) / (x^2 - 9)	**Алгоритм решения:** 1. Подстановка точки x = 3 дает неопределенность вида [0/0]. 2. Разложить числитель на линейные множители через дискриминант или теорему Виета: x^2 - 5*x + 6 = (x - 3)*(x - 2). 3. Разложить знаменатель по формуле разности квадратов: x^2 - 9 = (x - 3)*(x + 3). 4. Сократить числитель и знаменатель на общий множитель (x - 3), вызывающий неопределенность: lim(x->3) (x - 2) / (x + 3). 5. Повторно подставить x = 3 в упрощенное выражение: (3 - 2) / (3 + 3) = 1/6. **Ответ: 1/6 (или 0,167)**
2	УК-1-У1	**Раскрытие неопределенности [1^inf] с помощью второго замечательного предела:** Вычислить предел функции: lim(x->inf) ((x + 2) / (x - 1))^(3*x)	**Алгоритм решения:** 1. При x -> inf основание стремится к 1, а показатель — к бесконечности. Неопределенность [1^inf]. 2. Выделить целую часть в основании дроби: (x + 2) / (x - 1) = ((x - 1) + 3) / (x - 1) = 1 + 3 / (x - 1). 3. Использовать формулу второго замечательного предела lim (1 + a/f(x))^f(x) = e^a. Приведем показатель к виду f(x): умножим и разделим показатель на (x - 1): ((1 + 3 / (x - 1))^(x - 1)) ^ (3*x / (x - 1)). *4. Внутренний предел равен e^3. Вычислим предел показателя: lim(x->inf) (3*x / (x - 1)) = 3.* 5. Итоговый предел равен: (e^3)^3 = e^9. **Ответ: e^9**
3	УК-1-У2	**Нахождение семейства первообразных методом интегрирования по частям:** Найти неопределенный интеграл от произведения функций: Int (x * cos(2*x)) dx	**Алгоритм решения:** 1. Применить формулу интегрирования по частям: Int u*dv* = *u*v - Int v*du*. *2. Выбрать компоненты по правилу приоритета: пусть u = x, тогда du = dx; за dv примем оставшуюся часть dv = cos(2*x) dx, тогда v = Int cos(2*x) dx = (1/2) * sin(2*x).*

			3. Подставить элементы в базовую формулу: x * (1/2) * sin(2*x) - Int (1/2) * sin(2*x) dx. 4. Вычислить оставшийся табличный интеграл: Int (1/2) * sin(2*x) dx = (1/2) * (-1/2) * cos(2*x) = -1/4 * cos(2*x). *5. Записать итоговый результат, добавив произвольную постоянную C:* *(x / 2) * sin(2*x) + (1 / 4) * cos(2*x) + C.* **Ответ: (x/2)*sin(2*x) + (1/4)*cos(2*x) + C**
4	**УК-1-У2**	**Исследование сходимости знакоположительного ряда по признаку Даламбера:** Исследовать ряд на сходимость: Sum(n=1..inf) (2^n / n!)	**Алгоритм решения:** 1. Выписать общий член ряда Un = 2^n / n!. 2. Записать член ряда Un+1, заменив n на n+1: Un+1 = 2^(n+1) / (n + 1)!. 3. Составить отношение Даламбера L = lim(n->inf) (Un+1 / Un). 4. Упростить дробь, используя свойства степеней и факториала (n+1)! = n! * (n + 1): L = lim(n->inf) [2^(n+1) * n!] / [(n + 1)! * 2^n] = lim(n->inf) [2^n * 2 * n!] / [n! * (n + 1) * 2^n]. 5. Сократить одинаковые сомножители: L = lim(n->inf) 2 / (n + 1). 6. Найти предел: при n -> inf величина L = 0. 7. Сравнить с единицей: так как L = 0 < 1, то по признаку Даламбера числовой ряд является сходящимся. **Ответ: Ряд сходится**
5	**УК-1-У3**	**Дифференцирование сложных функций и верификация результата в точке:** Найти производную сложной функции y = ln(tg(2*x)) и вычислить её значение при x0 = pi / 8	**Алгоритм решения:** 1. Использовать правило дифференцирования сложной функции y'(x) = y'(u) * u'(x). 2. Внешняя функция — логарифм, её производная: 1 / tg(2*x). *3. Промежуточная функция — тангенс, её производная: 1 / (cos(2*x))^2.* 4. Внутренняя функция — линейная 2x, её производная: 2. 5. Перемножить компоненты и упростить выражение с помощью тригонометрических тождеств (tg = sin/cos): y' = (1 / tg(2*x)) * (1 / (cos(2*x))^2) * 2 = [cos(2*x) * 2] / [sin(2*x) * (cos(2*x))^2] = 2 / [sin(2*x)cos(2*x)]. 6. Применить формулу двойного угла синуса 2*sin(a)cos(a) = sin(2a):* *y' = 4 / sin(4*x).* 7. Провести верификацию в заданной точке: подставить x0 = pi / 8 в формулу производной: y'(pi/8) = 4 / sin(4 * pi / 8) = 4 / sin(pi / 2) = 4 / 1 = 4. **Ответ: y' = 4 / sin(4*x); y'(pi/8) = 4**
6	**УК-1-У3**	**Верификация условной сходимости знакочередующихся рядов:** Исследовать числовой ряд на абсолютную и условную сходимость: Sum(n=1..inf) ((-1)^(n-1) / n)	**Алгоритм решения:** 1. Составить ряд из абсолютных величин (модулей) членов исходного ряда: Sum (1 / n). Данный ряд является гармоническим. 2. На основе теории рядов Дирихле (Sum 1 / n^p при p = 1) сделать вывод, что ряд из модулей расходится. Следовательно, абсолютная сходимость отсутствует. 3. Для верификации условной сходимости применить признак Лейбница к исходному знакочередующемуся ряду. Проверить два условия: а) Монотонное убывание членов по модулю: Un = 1/n, очевидно, что 1 > 1/2 > 1/3 > ... > 1/n > 1/(n+1) (условие выполнено); б) Стремление общего члена к нулю: lim(n->inf) (1 / n) = 0 (условие выполнено). 4. Так как оба условия Лейбница выполнены, исходный ряд сходится. Поскольку ряд из модулей при этом расходится, сходимость является условной.

			Ответ: Ряд сходится условно
7	**УК-1-У4**	**Построение математической модели расчета площади плоской фигуры:** Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями: y = x^2 и y = x + 2	**Алгоритм решения:** 1. Найти точки пересечения графиков для определения пределов интегрирования. Приравнять правые части уравнений: x^2 = x + 2. 2. Перенести члены и решить квадратное уравнение x^2 - x - 2 = 0. Корни уравнения: x1 = -1 (нижний предел), x2 = 2 (верхний предел). 3. Построить схематичный чертеж модели. На интервале [-1; 2] прямая линия y = x + 2 расположена выше параболы y = x^2. 4. Составить определенный интеграл для расчета площади как разности верхней и нижней функций: S = Int(-1..2) (x + 2 - x^2) dx. 5. Найти первообразную: F(x) = (x^2 / 2) + 2*x* - *(x^3 / 3).* *6. Применить формулу Ньютона-Лейбница F(2) - F(-1):* *F(2) = (4/2) + 2*2 - (8/3) = 2 + 4 - 2,667 = 3,333;* F(-1) = (1/2) + 2*(-1) - (-1/3) = 0,5 - 2 + 0,333 = -1,167; S = 3,333 - (-1,167) = 4,5 кв. ед. **Ответ: S = 4,5 кв. ед.**
8	**УК-1-У4**	**Приближенное вычисление определенных интегралов с помощью степенных рядов:** Вычислить определенный интеграл с точностью до 0,001: Int(0..0,5) (e^(-x^2)) dx	**Алгоритм решения:** 1. Использовать базовое разложение экспоненты в ряд Маклорена: e^t = 1 + t + t^2 / 2! + t^3 / 3! + ... + t^n / n!. 2. Произвести замену переменной, подставив t = -x^2: e^(-x^2) = 1 - x^2 + x^4 / 2 - x^6 / 6 + ... 3. Интегрировать полученный степенной ряд почленно на заданном отрезке от 0 до 0,5: Int(0..0,5) (1 - x^2 + x^4 / 2 - x^6 / 6) dx = [x - x^3 / 3 + x^5 / 10 - x^7 / 42]

7.3.3 Задания для оценки владений (навыков)

№	Код результата обучения	Комплексные практические кейсы для оценки владений и навыков	Критерии оценки и ожидаемый результат защиты кейса
1	**УК-1-В1**	**Кейс «Аналитический аудит сходимости энергетических и финансовых потоков»** При моделировании долгосрочного процесса распределения ресурсов в закрытой системе была получена интегральная модель вида: I = Int(1..inf) (1 / (x^2 + x)) dx. *Задание для студента:* 1. Владея методами доказательства теорем интегрального исчисления, обоснуйте сходимость данного несобственного интеграла. 2. Разработайте аналитический алгоритм вычисления точного значения этого интеграла через предельный переход при стремлении верхнего предела к бесконечности. 3. Вычислите значение первообразной и найдите точную величину ресурса в системе.	**Критерии оценки:** – *Высокий уровень:* студент верно раскрыл неопределенность через предел, разложил дробь на простейшие и нашел точное значение. – *Базовый уровень:* допущены мелкие арифметические ошибки при интегрировании, но общая логика предела верна. **Ожидаемый результат защиты:** Пошаговое доказательство сходимости. Разложение дроби: 1/(x*(x+1)) = 1/x - 1/(x+1). Интеграл равен ln
2	**УК-1-В1**	**Кейс «Теоретическое обоснование и верификация областей равномерной сходимости»** В ходе проектирования алгоритма сжатия	**Критерии оценки:** – *Высокий уровень:* студент безупречно построил мажорирующий числовой ряд, применил признак Вейерштрасса и сделал логический вывод.

		сигналов был получен функциональный ряд вида: Sum(n=1..inf) (sin(n*x) / (n^2 + x^2)). *Задание для студента:* 1. Продемонстрируйте владение мажорантным признаком Вейерштрасса для доказательства равномерной сходимости ряда на всей числовой прямой R. 2. Обосновать возможность почленного интегрирования данного функционального ряда на любом конечном отрезке. 3. Сформулируйте аналитическое заключение о математической корректности аппроксимации сложного непрерывного сигнала этим рядом.	– *Базовый уровень:* мажоранта построена верно, но теоретическое обоснование почленного интегрирования сформулировано неполно. **Ожидаемый результат защиты:** Студент строит неравенство
3	**УК-1-В2**	**Кейс «Проектирование и алгоритмизация интегрирования дробно-рациональных систем»** Задана математическая модель, описывающая динамику накопления амортизационного фонда, в виде интегрального выражения: I = Int (3*x*^2 + 2x - 1) / (x^3 - x^2) dx. *Задание для студента:* 1. Владея методами решения типовых задач, разработайте пошаговый алгоритм интегрирования данной дробно-рациональной функции. 2. Реализуйте алгоритм: разложите знаменатель на сомножители x^2 * (x - 1), примените метод неопределенных коэффициентов и найдите первообразную. 3. Верифицируйте полученный результат путем взятия производной от итогового выражения.	**Критерии оценки:** – *Высокий уровень:* безошибочное определение структуры простейших дробей вида A/x + B/x^2 + C/(x-1), точный расчет коэффициентов и успешная верификация. – *Базовый уровень:* неверно выбрана структура разложения (например, утерян член A/x), либо допущена ошибка в знаках при верификации. **Ожидаемый результат защиты:** Расчет коэффициентов: A = -1, B = 1, C = 4. Интеграл распадается на три простейших: Int (-1/x + 1/x^2 + 4/(x-1)) dx = -ln
4	**УК-1-В2**	**Кейс «Моделирование радиусов стабильности функциональных систем»** В процессе анализа устойчивости автоматизированной системы управления получен степенной ряд: Sum(n=1..inf) (((x - 2)^n) / (n * 4^n)). *Задание для студента:* 1. Продемонстрируйте владение навыками расчета интервалов стабильности: найдите радиус сходимости R по формуле Даламбера. 2. Проведите глубокий анализ математического поведения ряда на границах полученного интервала. 3. Сформулируйте выводы о полной области сходимости (стабильности) исследуемой системы.	**Критерии оценки:** – *Высокий уровень:* точный расчет радиуса R = 4, интервала (-2; 6) и корректное исследование сходимости в граничных точках x = -2 и x = 6. – *Базовый уровень:* радиус найден верно, но при исследовании границ допущена ошибка (например, перепутаны условная сходимость и расходимость). **Ожидаемый результат защиты:** Радиус R = 4. Интервал сходимости для (x - 2): -4 < x - 2 < 4, откуда -2 < x < 6. На левой границе (x = -2) получаем ряд Sum ((-1)^n / n) — сходится условно по Лейбницу. На правой границе (x = 6) получаем ряд Sum (1/n) — расходится (гармонический). **Ответ: Область сходимости [-2; 6)**
5	**УК-1-В3**	**Кейс «Инструментальное моделирование пространственных параметров тел вращения»** Инженерный профиль детали ограничен линиями: y = e^x, x = 0, x = 1, y = 0. По условиям технологического процесса деталь изготавливается путем вращения	**Критерии оценки:** – *Высокий уровень:* студент безошибочно составил интегральную модель объема, нашел первообразную от e^(2*x*) *и рассчитал точный ответ.* – *Базовый уровень: допущена классическая ошибка (забыт множитель pi перед интегралом или неверно проинтегрирована экспонента e^x вместо (e^x)^2).*

		этого профиля вокруг оси Ox. *Задание для студента:* 1. Владея навыками практического использования аппарата анализа, постройте математическую модель расчета объема V полученного тела вращения. 2. Вычислите точное значение объема, используя формулу определенного интеграла Ньютона-Лейбница. 3. Дайте содержательную физическую интерпретацию полученному числовому значению.	***Ожидаемый результат защиты:*** *Математическая модель: V = pi * Int(0..1) (e^x)^2 dx = pi * Int(0..1) e^(2*x) dx.* Первообразная: F(x) = (pi / 2) * e^(2*x). Подстановка лимитов дает: (pi / 2) * (e^2 - e^0) = (pi / 2) * (e^2 - 1). **Ответ: (pi / 2) * (e^2 - 1) куб. ед.**
6	**УК-1-В3**	**Кейс «Прецизионный расчет неберущихся интегралов методами аппроксимации»** При расчете надежности оптического контура требуется вычислить значение определенного интеграла I = Int(0..0,1) (cos(x^2)) dx с высокой точностью (до 0,00001). *Задание для студента:* 1. Продемонстрируйте владение навыками практического использования степенных рядов: разложите подынтегральную функцию в ряд Маклорена. 2. Выполните почленное интегрирование функционального ряда. 3. Математически обоснуйте количество удерживаемых членов ряда на основе признака Лейбница и рассчитайте итоговое значение.	**Критерии оценки:** – *Высокий уровень:* точное разложение косинуса, корректное почленное интегрирование, верное обоснование отбрасывания остатка ряда и безошибочный расчет. – *Базовый уровень:* разложение выполнено верно, но при вычислении степеней допущена арифметическая ошибка, нарушившая точность. **Ожидаемый результат защиты:** Разложение: cos(x^2) = 1 - x^4 / 2! + x^8 / 4! - ... Интеграл: [x - x^5 / 10 + x^9 / 216]
7	**УК-1-В4**	**Кейс «Системный анализ и оптимизация траекторий динамических процессов»** Функция f(x) = 2*x^3 - 3x^2 - 12*x + 5 описывает динамику издержек автоматизированного производства в зависимости от объема выпуска x (при x > 0). *Задание для студента:* 1. Владея методами нахождения локальных экстремумов, проведите комплексный системный анализ функции на монотонность и экстремумы. 2. Найдите стационарные точки и определите их характер (максимум/минимум) с помощью первой или второй производной. 3. Сформулируйте экономико-математические выводы: определите оптимальный объем выпуска x, минимизирующий издержки производства.	**Критерии оценки:** – *Высокий уровень:* студент безошибочно нашел производную f'(x) = 6*x^2 - 6x - 12, определил критические точки x = 2 и x = -1, отсек физически невозможный корень и доказал точку минимума. – *Базовый уровень:* точки найдены верно, но не проведено исследование знака второй производной f''(x) для жесткого подтверждения минимума. **Ожидаемый результат защиты:** Корни f'(x) = 0: x1 = 2, x2 = -1. По условию x > 0, рассматриваем x = 2. Вторая производная f''(x) = 12*x - 6. В точке x = 2: f''(2) = 24 - 6 = 18 > 0 — это точка локального минимума. Следовательно, объем выпуска x = 2 минимизирует издержки. **Ответ: x = 2 — объем, минимизирующий издержки**
8	**УК-1-В4**	**Кейс «Геометрическое моделирование и асимптотический анализ профилей конструкций»** Задана математическая модель профиля несущей опоры мостовой конструкции в виде функции: y = (x^2 + 2*x) / (x - 1). *Задание для студента:* 1. Проведите полное исследование геометрического профиля: найдите	**Критерии оценки:** – *Высокий уровень:* безошибочный расчет вертикальной асимптоты x = 1, наклонной асимптоты y = x + 3 через пределы и доказательство отсутствия точек перегиба. – *Базовый уровень:* асимптоты найдены верно, но допущены ошибки при вычислении второй производной, приведшие к неверному выводу о выпуклости. **Ожидаемый результат защиты:** Вертикальная асимптота: x = 1 (так как lim при x->1 равен

интервалы выпуклости, вогнутости и точки перегиба. 2. Владея навыками интерпретации результатов, рассчитайте уравнения всех асимптот (вертикальных и наклонных) данной линии. 3. Сделайте вывод о поведении и границах устойчивости конструкции на бесконечности на основе асимптотического анализа.	бесконечности). Наклонная асимптота y = kx + b: k = lim (f(x)/x) = lim (x^2+2x)/(x^2-x) = 1; b = lim (f(x) - x) = lim (3x)/(x-1) = 3. Уравнение: y = x + 3. Вторая производная f''(x) = 6 / (x-1)^3 ≠ 0 — точек перегиба нет. На интервале (1; inf) график вогнутый, на (-inf; 1) — выпуклый. **Ответ: Асимптоты: x = 1 и y = x + 3; точек перегиба нет**

8. ПЕРЕЧЕНЬ ОСНОВНОЙ И ДОПОЛНИТЕЛЬНОЙ УЧЕБНОЙ ЛИТЕРАТУРЫ, НЕОБХОДИМОЙ ДЛЯ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

а) основная литература:

1. Аксенов, А. П. Математический анализ в 4 ч. Часть 2 : учебник и практикум для вузов / А. П. Аксенов. — Москва : Издательство Юрайт, 2024. — 344 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-03512-4. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: https://urait.ru/bcode/537664
2. Баврин, И. И. Математический анализ : учебник и практикум для вузов / И. И. Баврин. — 2-е изд., испр. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2025. — 327 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-18666-6. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: https://urait.ru/bcode/560216
3. Ильин, В. А. Математический анализ в 2 ч. Часть 1 в 2 кн. Книга 2 : учебник для вузов / В. А. Ильин, В. А. Садовничий, Б. Х. Сендов. — 4-е изд., перераб. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2025. — 315 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-07069-9. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: https://urait.ru/bcode/562116
4. Ильин, В. А. Математический анализ в 2 ч. Часть 1 в 2 кн. Книга 1 : учебник для вузов / В. А. Ильин, В. А. Садовничий, Б. Х. Сендов. — 4-е изд., перераб. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2025. — 324 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-07067-5. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: https://urait.ru/bcode/562115
5. Ильин, В. А. Математический анализ в 2 ч. Часть 2 : учебник для вузов / В. А. Ильин, В. А. Садовничий, Б. Х. Сендов. — 3-е изд. — Москва : Издательство Юрайт, 2025. — 324 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-09085-7. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: https://urait.ru/bcode/560316
6. Краснова, С. А. Математический анализ для экономистов : учебник и практикум для вузов / С. А. Краснова, В. А. Уткин. — Москва : Издательство Юрайт, 2025. — 644 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-19720-4. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: https://urait.ru/bcode/569134
7. Кытманов, А. М. Математический анализ : учебник для вузов / А. М. Кытманов. — Москва : Издательство Юрайт, 2025. — 607 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-19160-8. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: https://urait.ru/bcode/559830
8. Малугин, В. А. Математический анализ для экономического бакалавриата : учебник и практикум для вузов / В. А. Малугин. — 3-е изд., перераб. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2025. — 557 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-11864-3. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: https://urait.ru/bcode/559949

9. Никитин, А. А. Математический анализ. Углубленный курс : учебник и практикум для вузов / А. А. Никитин, В. В. Фомичев. — 2-е изд., испр. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2025. — 456 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-19274-2. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: https://urait.ru/bcode/560461
10. Плотникова, Е. Г. Математический анализ для экономического бакалавриата : учебник и практикум для вузов / Е. Г. Плотникова. — Москва : Издательство Юрайт, 2025. — 253 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-19363-3. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: https://urait.ru/bcode/563950
11. Рудык, Б. М. Математический анализ для экономистов : учебник и практикум для вузов / Б. М. Рудык, О. В. Татарников. — Москва : Издательство Юрайт, 2025. — 356 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-9916-9426-1. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: https://urait.ru/bcode/560641
12. Чебышёв, П. Л. Математический анализ / П. Л. Чебышёв ; ответственный редактор И. М. Виноградов ; составитель А. О. Гельфонд. — Москва : Издательство Юрайт, 2025. — 393 с. — (Антология мысли). — ISBN 978-5-534-10151-5. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: https://urait.ru/bcode/563937

б) дополнительная литература:

1. Капкаева, Л. С. Математический анализ: теория пределов, дифференциальное исчисление : учебник для вузов / Л. С. Капкаева. — 2-е изд., испр. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2025. — 246 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-04898-8. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: https://urait.ru/bcode/563592
2. Математический анализ. Сборник заданий : учебник для вузов / под общей редакцией Е. Г. Плотниковой. — 2-е изд., испр. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2025. — 206 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-11516-1. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: https://urait.ru/bcode/563920
3. Потапов, А. П. Математический анализ. Дифференциальное и интегральное исчисление функций одной переменной : учебник и практикум для вузов / А. П. Потапов. — Москва : Издательство Юрайт, 2025. — 507 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-19121-9. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: https://urait.ru/bcode/569097
4. Потапов, А. П. Математический анализ. Дифференциальное исчисление ФНП, уравнения и ряды : учебник и практикум для вузов / А. П. Потапов. — Москва : Издательство Юрайт, 2025. — 379 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-08280-7. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: https://urait.ru/bcode/561281
5. Садовничая, И. В. Математический анализ. Предел и непрерывность функции одной переменной : учебник для вузов / И. В. Садовничая, Т. Н. Фоменко ; под общей редакцией В. А. Ильина. — 2-е изд., перераб. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2025. — 115 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-08473-3. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: https://urait.ru/bcode/563712
6. Садовничая, И. В. Математический анализ: определенный интеграл : учебник для вузов / И. В. Садовничая, Е. В. Хорошилова. — 2-е изд., перераб. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2025. — 430 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-20655-5. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: https://urait.ru/bcode/558520

7. Хорошилова, Е. В. Математический анализ: неопределенный интеграл : учебник для вузов / Е. В. Хорошилова. — 2-е изд., перераб. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2025. — 184 с. — (Бакалавр. Академический курс). — ISBN 978-5-534-05715-7. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: https://urait.ru/bcode/559325
8. Шагин, В. Л. Математический анализ. Базовые понятия : учебник для вузов / В. Л. Шагин, А. В. Соколов. — Москва : Издательство Юрайт, 2025. — 245 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-00884-5. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: https://urait.ru/bcode/561371

9. ПЕРЕЧЕНЬ КОМПЛЕКТОВ ЛИЦЕНЗИОННОГО И СВОБОДНО РАСПРОСТРАНЯЕМОГО ПРОГРАММНОГО ОБЕСПЕЧЕНИЯ, ИСПОЛЬЗУЕМОГО ПРИ ИЗУЧЕНИИ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

При изучении учебной дисциплины (в том числе при проведении занятий в интерактивной форме и самостоятельной работе студентов) предполагается применение современных информационных и коммуникационных технологий. Комплект программного обеспечения включает в себя:

- **Пакеты офисного программного обеспечения:** офисные программы для работы с текстами, таблицами и презентациями Microsoft Office (Word, Excel, PowerPoint) / свободно распространяемый пакет офисных приложений OpenOffice (или МойОфис / Яндекс 360).
- **Веб-браузеры:** Google Chrome, Mozilla Firefox, Microsoft Edge, Яндекс Браузер.
- **Информационно-библиотечные системы:** Цифровой образовательный ресурс — Электронная библиотечная система IPR SMART (удаленный доступ по авторизованному логину и паролю).
- **Специализированные аналитические платформы:** Система размещения в сети Интернет и проверки на наличие заимствований курсовых, научных и выпускных квалификационных работ «ВКР-ВУЗ.РФ» (или система «Антиплагиат.ВУЗ»).

Для обеспечения доступа к учебному плану, методическим материалам, фиксации результатов промежуточной и текущей аттестации, а также для формирования цифрового Портфолио обучающегося используется электронная информационно-образовательная среда (ЭИОС) — Личный кабинет студента (онлайн-доступ через сеть Интернет по защищенному адресу: rosnou.ru).

10. ПЕРЕЧЕНЬ РЕСУРСОВ ИНФОРМАЦИОННО-ТЕЛЕКОММУНИКАЦИОННОЙ СЕТИ «ИНТЕРНЕТ», НЕОБХОДИМЫХ ДЛЯ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

Интернет-ресурсы

1. **Информационно-аналитический портал «Математика для студентов» (Math.Semestr)** [Электронный ресурс]: Раздел «Нахождение пределов и исследование математических моделей онлайн». — Электрон. дан. — Режим доступа: https://math.semestr.ru/math/lim.php (свободный доступ; специализированный интерактивный ресурс для пошаговой проверки правильности вычисления пределов последовательностей и функций, а также верификации промежуточных этапов раскрытия неопределенностей).
2. **Специализированный образовательный портал «МатБюро»** [Электронный ресурс]: Раздел «Примеры решений задач: Полное исследование функций и построение графиков». — Электрон. дан. — Режим доступа: https://www.matburo.ru/ex_ma.php?p1=maissl#1 (свободный доступ; учебно-методический сайт, содержащий подробные алгоритмы дифференцирования, эталонные схемы нахождения экстремумов, точек перегиба и асимптот).
3. **Цифровой образовательный ресурс — Электронно-библиотечная система IPR SMART** (ранее — IPR BOOKS) [Электронный ресурс]: Раздел «Математический анализ и математические науки». — Электрон. дан. — Режим доступа: https://www.iprbookshop.ru

(удаленный доступ по авторизованному логину и паролю вуза; содержит полнотекстовые лицензионные учебники, монографии, практикумы и сборники задач по всем разделам курса).

4. **Математический образовательный интернет-ресурс «MathDF»** [Электронный ресурс]: Раздел «Дифференциальное и интегральное исчисление онлайн». — Электрон. дан. — Режим доступа: mathdf.com (свободный доступ; интерактивный инструмент для пошагового нахождения производных, вычисления неопределенных и определенных интегралов с автоматическим формированием этапов замены переменной и интегрирования по частям).
5. **Справочно-информационный портал «Exponenta.ru»** [Электронный ресурс]: Раздел «Высшая математика для студентов и инженеров: Бесконечные ряды и интегралы». — Электрон. дан. — Режим доступа: exponenta.ru (свободный доступ; электронная библиотека методических материалов и программных кодов для визуализации сходимости функциональных рядов и расчета площадей / объемов геометрических тел).

11. ОБУЧЕНИЕ ИНВАЛИДОВ И ЛИЦ С ОГРАНИЧЕННЫМИ ВОЗМОЖНОСТЯМИ ЗДОРОВЬЯ

Изучение учебной дисциплины обучающимися инвалидами и лицами с ограниченными возможностями здоровья (ОВЗ) осуществляется в соответствии с законодательством Российской Федерации и нормативно-правовыми актами Министерства науки и высшего образования РФ, включая:

- Федеральный закон «Об образовании в Российской Федерации» № 273-ФЗ;
- Приказ Министерства образования и науки РФ от 9 ноября 2015 г. № 1309 «Об утверждении Порядка обеспечения условий доступности для инвалидов объектов и предоставляемых услуг в сфере образования, а также оказания им при этом необходимой помощи» (с изменениями и дополнениями);
- Методические рекомендации по организации образовательного процесса для обучения инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья в образовательных организациях высшего образования, в том числе оснащенности образовательного процесса (утверждены Министерством образования и науки РФ 08.04.2014 г. № АК-44/05вн);
- Положение об организации обучения студентов-инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья, утвержденное приказом ректора Университета;
- Положение о Центре инклюзивного образования и психологической помощи АНО ВО «Российский новый университет».

Обучение студентов с инвалидностью и ОВЗ организуется с учетом следующих требований и условий:

- **Обеспечение адаптированными материалами:** Лица с ограниченными возможностями здоровья и инвалиды в полном объеме обеспечиваются электронными образовательными ресурсами и учебно-методическими материалами, адаптированными к состоянию их здоровья и размещенными в электронной информационно-образовательной среде (ЭИОС) Университета.
- **Применение технических средств обучения:** Предоставление специальных технических средств обучения коллективного и индивидуального пользования, а также подбор и разработка учебных материалов для обучающихся с ОВЗ производятся преподавателями с учетом индивидуальных психофизиологических особенностей обучающихся и специфики приема-передачи учебной информации на основании заявления, выраженного в письменной форме.
- **Индивидуальное сопровождение:** С обучающимися по индивидуальному учебному плану или индивидуальному графику в обязательном порядке проводятся индивидуальные занятия, текущие консультации и дополнительные разъяснения учебного материала.
- **Организация аттестации:** Форма проведения текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации (зачета/экзамена) для студентов с инвалидностью и ОВЗ устанавливается с учетом индивидуальных психофизических особенностей (устно, письменно на бумаге, письменно на компьютере, в форме тестирования и др.). При необходимости обучающемуся предоставляется дополнительное время для подготовки ответа.

12. ОПИСАНИЕ МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЙ БАЗЫ, НЕОБХОДИМОЙ ДЛЯ ОСУЩЕСТВЛЕНИЯ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОГО ПРОЦЕССА ПО ДИСЦИПЛИНЕ (МОДУЛЮ)

Для проведения лекционных и семинарских (практических) занятий, а также для организации самостоятельной работы студентов и проведения индивидуальных консультаций используется специализированная учебная аудитория № 29 (лаборатория информационных технологий / компьютерный класс).

12.1. Технические средства обучения и мультимедийное оборудование

- Персональный компьютер преподавателя в комплекте с монитором (с выходом в локальную сеть Университета и сеть Интернет) — 1 шт.
- Персональные компьютеры студентов в комплекте с мониторами (объединенные в локальную сеть с доступом к электронной информационно-образовательной среде Университета) — 14 шт.
- Доска меловая магнитная — 1 шт.
- Комплект учебно-наглядных пособий и демонстрационных материалов по разделам дисциплины.

12.2. Учебная мебель и организация рабочих мест

- **Рабочие места студентов:**
  - Столы компьютерные специализированные — 14 шт.
  - Стулья компьютерные — 14 шт.
  - Столы ученические универсальные — 15 шт.
  - Стулья ученические — 30 шт.
- **Рабочее место преподавателя:**
  - Стол письменный — 1 шт.
  - Стул — 1 шт.

12.3. Программное обеспечение рабочих мест

Все персональные компьютеры учебной аудитории обеспечены необходимым комплектом лицензионного и свободно распространяемого общего и профильного программного обеспечения (операционная система, пакеты офисных приложений, веб-браузеры), обеспечивающего доступ к личному кабинету студента РосНОУ, электронно-библиотечным системам и расчетным онлайн-сервисам.